



卒業論文

Yb 原子が有する長寿命な準安定状態への励起
に向けた半導体レーザーの線幅狭窄化

東京工業大学 理学部 物理学科

西田 慶次

指導教員 上妻 幹旺 教授

2014 年 3 月



Underdegree Thesis

Linewidth reduction of a semiconductor laser
for exciting Yb atoms to long-lived metastable state

Department of Physics, Tokyo Institute of Technology

Keiji Nishida

Research Supervisor Prof. Mikio Kozuma

March, 2014

概要

我々の研究室では、光によって生成された二次元周期ポテンシャル（光格子）に閉じ込められた Yb 原子の核スピンを量子ビットとみなし、量子計算を行うことを目指している。量子計算を実行する際、単一原子がもつ核スピンの状態を読み取る必要があるが、この操作は核スピんに依存して超狭線幅光学遷移を誘起することにより実現できる可能性がある。より具体的には、核スピんに依存した形で、特定のサイトの原子を 3P_2 準安定状態に一旦励起し、 3P_2 - 3D_3 許容遷移による蛍光を観察することで射影測定が可能となる。

光格子中における原子の寿命が数 sec であることを考慮すると、光学遷移の励起にかかる時間は 1msec 以内に収めたい。核スピンを確実に射影測定するためには、 Π パルス照射によって 1S_0 から 3P_2 に 100 %に近い確率で励起をする必要がある。レーザーのスペクトル線幅が大きくなりすぎると、非共鳴の成分の寄与により、dephasing がおこり、励起確率が下がってしまう。レーザー強度、ビームウェストなど、諸々の実験条件をふまえ、レーザー線幅として 1kHz 以下であれば、100 %に近い確率で励起が可能と判断した。

波長 507nm の光源は、波長 1014nm の半導体レーザーの第 2 次高調波をとることで準備できる。そこで私は、基本波である波長 1014nm の半導体レーザーの線幅を 500Hz 以下に抑えることを本卒業研究の主目的とした。

まず第一段階として、半導体レーザーの外部に回折格子を置き、一次回折光を光帰還することで、線幅を抑えることを行った。このような機構は、外部共振器型半導体レーザー (ECLD: External Cavity Laser Diode) と呼ばれている。10km の光ファイバーを用いた自己遅延法を用いることで、ECLD の線幅が 25kHz にまで狭窄化されていることを確認した。第二段階として、ULE ガラス製の高フィネスの共振器をリファレンスとして ECLD に電氣的なフィードバックを行うことで、線幅を目標とする 500Hz 以下にすることを狙った。共振器のフィネスを実際に測定し、55,000 という非常に高い値であることを確認した。

線幅の評価は素性の似たもう一台の ECLD を同じ共振器にロックし、2 台の ECLD 間のビートを観測することにより行った。ビート信号のスペクトル幅は 260Hz であり、ECLD の線幅が 130Hz 程度となっていることを確認した。

目次

第 1 章	序論	1
1.1	研究の背景	1
1.2	研究の目的	2
1.3	本論文の構成	3
第 2 章	必要とされるレーザー線幅の見積もり	5
2.1	超狭線幅光学遷移を用いた単一サイトアクセス	5
2.2	レーザー線幅の見積もり	9
2.2.1	Rabi 周波数	9
2.2.2	線幅の見積もり	12
第 3 章	外部共振器型半導体レーザーの作製と線幅の評価	17
3.1	外部共振器型半導体レーザー	17
3.2	共振器	19
3.2.1	共振器とは	19
3.2.2	共振器のアライメント方法	22
3.3	ECLD の作製	25
3.3.1	LD の特性	25
3.3.2	コネクタブロックの制作	25
3.3.3	回折格子の決定	28
3.4	ECLD の性能評価	31
3.4.1	スレッショルド電流の測定	31
3.4.2	共焦点型共振器を用いたシングルモードでの掃引可能範囲の確認	32
3.4.3	自己遅延ヘテロダイン法による ECLD の線幅評価	36
第 4 章	ULE 共振器の評価, 及び ULE 共振器への半導体レーザーの安定化	41
4.1	ULE 共振器	41

4.2	ULE 共振器の Finesse の評価	43
4.2.1	共振器の線幅と光子寿命の関係	44
4.2.2	共振器の Finesse に関する実験結果及び考察	47
4.3	PDH 法による Error 信号	49
4.4	ロック回路について	54
4.4.1	電流フィードバック回路	54
4.4.2	PZT フィードバック回路	61
4.5	ULE 共振器を用いた半導体レーザー安定化	63
第 5 章	2 台のレーザーのビートを使った線幅測定	67
5.1	ビート信号と線幅の関係	67
5.2	光学系について	70
5.2.1	ECLD1 から出射直後の系	71
5.2.2	ECL1 の ULE 共振器カップルのための系	71
5.2.3	ECL2 の ULE 共振器カップルのための系	74
5.3	ビート信号による線幅の評価	76
5.3.1	ビート信号観測のための実験系	76
5.3.2	実験結果	77
第 6 章	まとめと今後の展望	79
6.1	本論文のまとめ	79
6.2	今後の展望	79
付録 A	ライトシフト	81
付録 B	一様媒質中でのレーザー光線の伝播	85
付録 C	ECLD システムの構築	89
付録 D	ロック回路に関する基礎事項	97
D.1	伝達関数	97
D.2	オペアンプによる演算	99
D.2.1	反転増幅回路	100
D.2.2	積分回路	101
D.2.3	微分回路	102
D.3	PID 制御	103

参考文献	105
謝辞	107

目次

1.1	^{171}Yb 原子のグロトリアン図 (一部抜粋)	2
2.1	単一サイトアクセス (その 1)	5
2.2	単一サイトアクセス (その 2)	6
2.3	単一サイトアクセス (その 3)	6
2.4	単一サイトアクセス (その 4)	7
2.5	単一サイトアクセス (その 5)	7
2.6	超微細構造を考慮した Yb 原子のエネルギー準位	8
2.7	Yb 原子の持つゼーマンサブレベル及び光学遷移の選択則	9
2.8	レーザー線幅 100Hz のとき	14
2.9	レーザー線幅 1kHz のとき	14
2.10	レーザー線幅 10kHz のとき	14
2.11	レーザー線幅 100kHz のとき	14
3.1	Littrow 型 ECLD	19
3.2	Littman-Metcalf 型 ECLD	19
3.3	球面鏡共振器	19
3.4	Bow-tie 共振器	19
3.5	ある横モードに関する透過光スペクトル	21
3.6	LD の電源周りの回路図	26
3.7	コンデンサーの等価回路	27
3.8	現実のコンデンサーのインピーダンスの周波数依存性 (青: $3300\mu\text{F}$ の電解コンデンサー, 赤: $100\mu\text{F}$ の電解コンデンサー, 紫: $1\mu\text{F}$ のフィルムコンデンサー)	28
3.9	Littrow 型 ECLD	28
3.10	1014nmECLD の設計図	29
3.11	回折格子 GR25-1205 の回折効率	30

3.12	作製した ECLD の外観	30
3.13	作製した ECLD の中身	30
3.14	出力強度の入力電流依存性	31
3.15	スレッシュホールド近傍における出力強度の入力電流依存性	32
3.16	シングルモード確認のための系	32
3.17	シングルモード確認のための系の実際の様子	33
3.18	共焦点型共振器	33
3.19	ECLD の周波数掃引時における Fabry-Perot 共振器の透過信号	35
3.20	自己遅延ヘテロダイン法	36
3.21	自己遅延ヘテロダイン法のための実験系	38
3.22	実際の系の様子	39
3.23	自己遅延ヘテロダイン法によるビート信号	39
4.1	ULE 共振器の概略図	42
4.2	ファイバーコリメーター	43
4.3	調整するための道具	43
4.4	ULE 共振器の Finesse を評価するための実験	44
4.5	Finesse \mathcal{F} と損失因子 $\alpha_r d$ の関係	46
4.6	ULE 共振器の寿命	47
4.7	共振器	49
4.8	Error 信号	49
4.9	PDH 法のセットアップ	50
4.10	ULE 共振器からの反射光強度	53
4.11	PDH 法による Error 信号	53
4.12	電流フィードバック回路の概念図	54
4.13	電流フィードバック回路:1st Integrator	55
4.14	簡略化された 1st Integrator	55
4.15	OP37 におけるゲインの周波数依存性	56
4.16	1st Integrator のゲイン特性	57
4.17	電流フィードバック回路:2nd Integrator	57
4.18	2nd Integrator 回路の一部抜粋	58
4.19	コンデンサーの値を変えて行ったシミュレーション (赤: 1pF, 青: 10pF, 緑: 100pF)	59
4.20	積分操作全体のゲイン特性	59
4.21	電流フィードバック回路:Diffrentiator	60

4.22	簡略化された Differentiator	60
4.23	コンデンサーの値を変えて行ったシミュレーション (赤: 100pF, 青: 1nF, 緑: 10nF)	61
4.24	ロック回路全体のゲイン特性	62
4.25	PZT フィードバック回路 (その 1)	62
4.26	PZT フィードバック回路 (その 2)	63
4.27	反射光強度	63
4.28	piezo素子による周波数掃引	63
4.29	電流フィードバック	64
4.30	piezo素子へのフィードバック	64
4.31	ULE 共振器への ECLD 安定化後の自己遅延ヘテロダイン法による信号	64
5.1	ビートを観測するための系の概念図	68
5.2	Minus-K を囲っている防音ボックスの様子	70
5.3	ECLD1 から出射直後の系	71
5.4	ファイバー一体型 EOM の外見	72
5.5	ECL1 の ULE 共振器カップルのための系	73
5.6	ECL2 の ULE 共振器カップルのための系	74
5.7	Notch 付きローパスフィルターの回路図	75
5.8	制作した Notch 付きローパスフィルターのゲイン特性 (青線) 及び LTspice IV によるシミュレーション (赤線) との比較	75
5.9	ビートを観測するための実験系	76
5.10	実際の系の様子	77
5.11	ULE 共振器への安定化を行った ECLD によるビート信号	77
B.1	TEM ₀₀ のガウシアンビーム	87
B.2	TEM ₁₀ のガウシアンビーム	87
B.3	TEM ₁₁ のガウシアンビーム	88
B.4	TEM ₂₀ のガウシアンビーム	88
B.5	TEM ₃₀ のガウシアンビーム	88
B.6	TEM ₄₀ のガウシアンビーム	88
C.1	サーミスタ素子とペルチェ素子	89
C.2	ECLD を囲う外枠	90
C.3	台とペルチェ素子の接続	90
C.4	サーミスタ素子の配置	91

C.5	箱と台の接続の様子	91
C.6	回折格子とピエゾ素子の接着	92
C.7	各部品の接続	92
C.8	調整のための焦点距離の長いレンズ	93
C.9	3方向ジグによるコリメートレンズの位置の決定	93
C.10	コリメートレンズの接着	94
C.11	完成した ECLD	95
D.1	ブロック線図	98
D.2	オペアンプ内部の等価回路	99
D.3	オペアンプによる演算回路	99
D.4	反転層副回路	100
D.5	積分回路	101
D.6	実際の積分回路	101
D.7	微分回路	102
D.8	実際の微分回路	102

表目次

2.1	励起状態の確立分布を計算するための記号の説明	13
3.1	TOPTICA LD-1020-0400-2 の特性	25
3.2	Lightwave LDX-3525 の特性	25
3.3	Lightwave LDT-5412 の特性	26
3.4	回折格子の決定	29
5.1	NIR-MPX-LN PHASE MODULATOR の特性（抜粋）	72
5.2	D2-125-RC の特性表	73

第 1 章

序論

1.1 研究の背景

近年、超伝導素子・イオン・原子・光といった様々な物理系を利用した量子計算機実現に向けた研究が盛んに行われている。我々の研究室では、光によって生成された二次元周期ポテンシャル（光格子）に閉じ込められた ^{171}Yb 原子の核スピンを量子ビットとみなし、量子計算を行うことを目的としている。

2009 年、Harvard 大学の M.Greiner の研究チームは、光格子中に閉じ込められた Rb 原子の蛍光を高分解能に観察することに成功した [1]。さらに、2011 年には M.Planck 研究所の I.Bloch の研究チームが光格子の特定のサイトにおける Rb 原子の単一スピン操作に成功した [2]。我々は彼らのような実験を Rb 原子ではなく、 ^{171}Yb 原子で行うことを考えている。Rb 原子は基底状態に電子スピンを持ち、対応する磁気モーメントのオーダーが μ_B 程度であるため、周囲の磁場による影響を受けやすく、コヒーレンス時間が短い。一方、 ^{171}Yb はアルカリ土類様原子であるため基底状態がシングレット状態をなし、そのため電子スピンは露にならず、核スピン $1/2$ があらわれる (図 1.1)。核スピンに対応する磁気モーメントは、 μ_N のオーダーであり、電子スピンのそれに比べて、陽子と電子の質量比 (~ 2000) だけ小さい。そのため、同様の磁場環境においては、コヒーレンス時間が 2000 倍程度に長くなる。

また Yb 原子には、 $^3\text{P}_2^{*1}$ という数秒の寿命をもつ準安定状態が存在する。 $^1\text{S}_0$ 基底状態から $^3\text{P}_2$ 準安定状態へ、核スピんに依存した形で遷移を行うことが可能であり、これを利用して光格子中にトラップされた原子の核スピンを個々に読み取ることが可能となる。

*1 このような記法は原子物理学でよく用いられる。主量子数を n , 全角運動量を J , 軌道角運動量を L , 全電子スピンを S としたとき、 $n^{2S+1}L_J$ と表される。

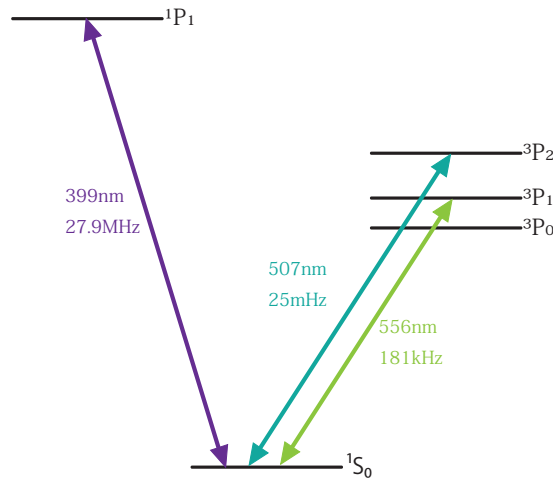


図 1.1 ^{171}Yb 原子のグロトリアン図（一部抜粋）

1.2 研究の目的

光格子中にトラップされた Yb 原子の核スピンを読みとるためには， 1S_0 基底状態から長寿命の 3P_2 状態へ光学遷移をおこす必要がある．当然のことながら，寿命が長いということは，遷移の自然幅が極端に狭いことを意味しており， ^{171}Yb の場合，自然幅は実に 25mHz となる．

光格子中における原子のコヒーレンス時間が数 sec であることを考慮すると，光学遷移の励起にかかる時間は 1msec 以下に抑えたい．核スピンを確実に射影測定するためには， Π パルス照射によって 1S_0 から 3P_2 に 100 %に近い確率で励起をする必要がある．レーザーのスペクトル線幅が大きくなりすぎると，非共鳴の成分の寄与により，dephasing がおこり，励起確率が下がることが予想される．そのため本研究では，スペクトル線幅の細い光源が必要となるが，どの程度の線幅であれば目的を達成することができるかについては，数値シミュレーションにもとづいた議論が必要である．

本研究では，有限な線幅をもつレーザーと 2 準位系原子との相互作用を考え， Π パルスによって 100 %近い原子を 3P_2 状態に励起する上で必要となる線幅について議論を行った．続いて，必要な線幅を得るための第一段階の実験として，回折格子からの 1 次回折光を半導体レーザーに光帰還することで，線幅を kHz オーダーに狭窄化する実験を行った．

最後に，高フィネスな ULE 共振器をリファレンスとし，自作した回路を用いて電流及びピエゾ素子にフィードバック制御を行うことで，目標とする線幅の達成を目指した．

1.3 本論文の構成

本論文の構成は以下のとおりである。

第2章では、光格子中に閉じ込められた Yb 原子の核スピンをサイトを分解して観測する具体的な方法について述べる。また、この議論にもとづき、本研究の数値目標を明らかとする。

第3章では、線幅狭窄化の第一段階である外部共振器型半導体レーザー (ECLD) について説明し、本研究で作製した ECLD の性能を評価するための実験について理論と結果をまとめる。

第4章では、線幅狭窄化の第二段階である電氣的なフィードバックについての議論を行う。初めに、リファレンスとなる ULE 共振器について説明し、共振器のフィネスを評価した実験についてまとめる。そして、フィードバックを行う際に必要となる Error 信号の取得方法を述べ、本研究で自作したフィードバック回路について説明する。最後に ULE 共振器を用いて安定化された ECLD の大雑把な線幅評価を行う。

第5章では、素性の似た2台の ECLD を用いた正確な線幅評価の方法について説明し、実験結果を示す。

第6章では、本研究のまとめと今後の展望について述べる。

第 2 章

必要とされるレーザー線幅の見積もり

この章では、光格子中の特定のサイトにおける単一 Yb 原子の核スピンを読み取る方法について説明する。また、実際にそれを可能とするレーザー光の線幅についての理論的な導出を行う。

2.1 超狭線幅光学遷移を用いた単一サイトアクセス

図 2.1 に、光格子中に閉じ込められた Yb 原子の模式図を示した。左側の図は、Yb 原子のエネルギー準位を表している。

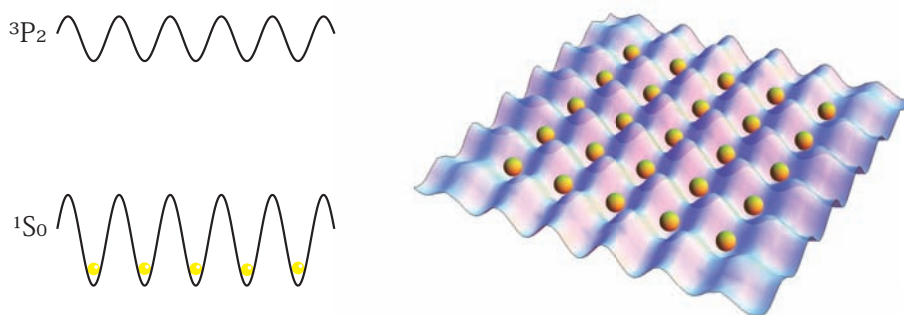


図 2.1 単一サイトアクセス（その 1）

核スピンを読み取りたい原子に対して、図 2.2 のように、非共鳴なレーザーを照射する。すると、付録 A で示したようにライトシフトが起こる。すなわち、照射するレーザーの周波数を適切に選択することで、図 2.2 の左図のようなエネルギー準位のシフトを起こすことが可能となる。

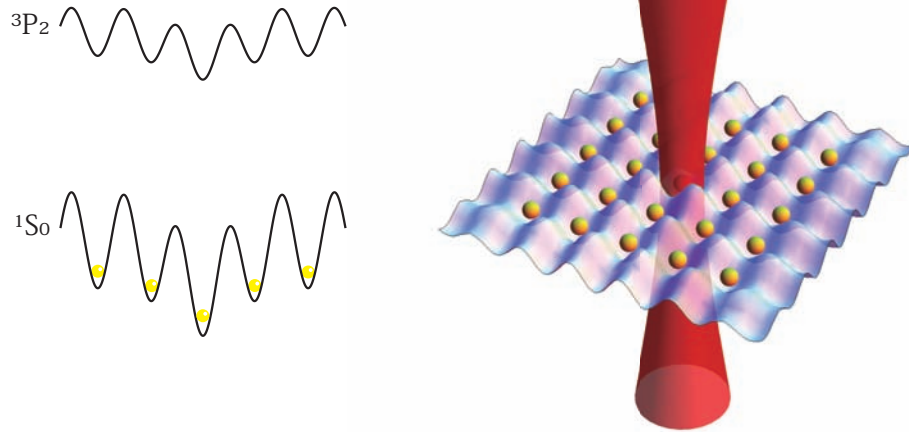


図 2.2 単一サイトアクセス (その 2)

このようにライトシフトさせた状態で目的のサイトだけに共鳴するような 507nm のレーザー光を照射すれば、選択的に原子を励起することができる。超狭線幅光学遷移であるがゆえにこのようなことが行えるのである。後に示すように、レーザーの線幅が細くなければ、目的のサイトの原子を 100% に近い確率で励起することは行えない。そのためにも線幅の細いレーザーが必要なのである。

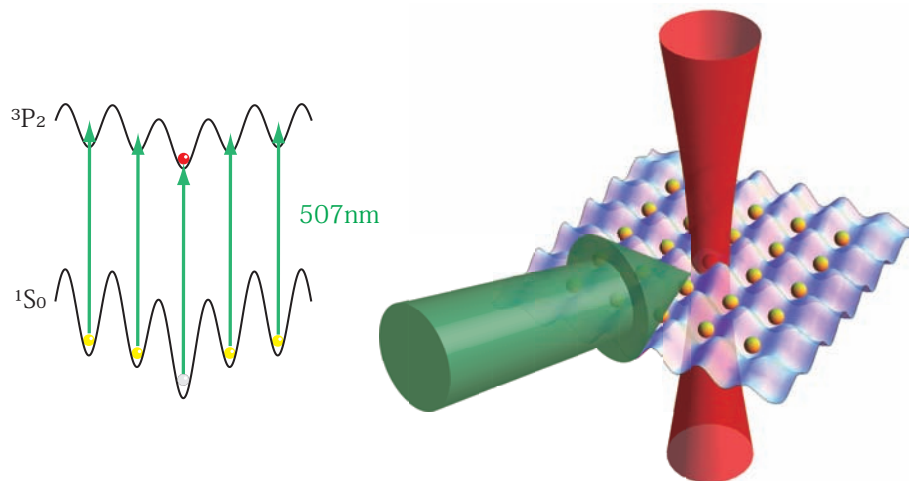


図 2.3 単一サイトアクセス (その 3)

3P_2 準位は長寿妙な準安定状態である。それ故に、一度励起した原子は即座に基底状態に落ちることはない。

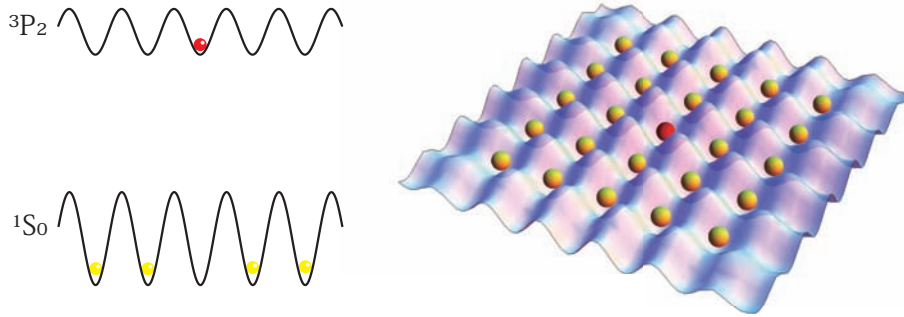


図 2.4 単一サイトアクセス (その 4)

3P_2 準位のさらに上には 3D_3 準位があり、この 2 準位間はサイクリックな遷移である。したがって、共鳴する 494nm のレーザーを用いることで頻りに蛍光を吐き、それを光検出器で測定することにより、 1S_0 - 3P_2 の遷移が起こったかどうかを確認することができる。

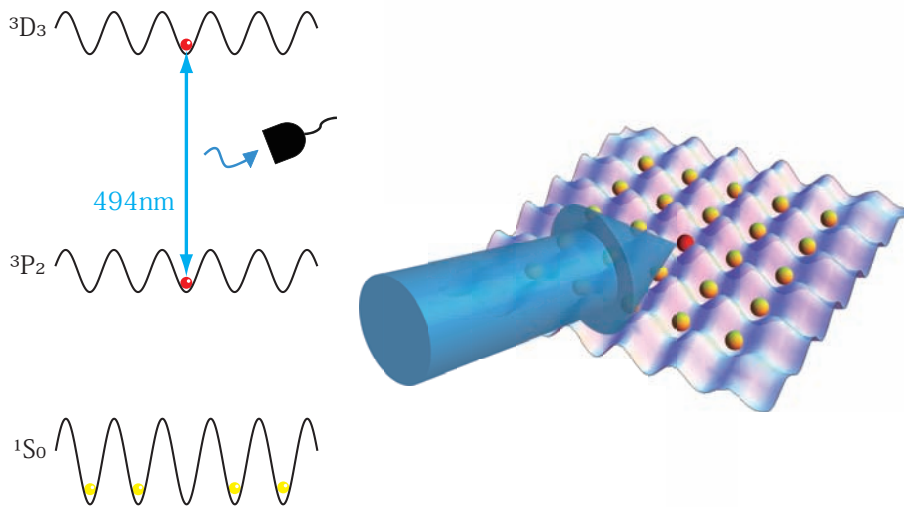


図 2.5 単一サイトアクセス (その 5)

光格子中の特定のサイトにおける単一 Yb 原子の核スピンを読み取るには、以上で説明したことを応用すればよい。すなわち、 1S_0 - 3P_2 の遷移を核スピンに依存して行えばよいのである。核スピンに依存した形で特定のサイトの励起させ、サイクリックな遷移を用いて 2 方向から複数回測定を行えば、元の核スピンの状態を知ることができる^{*1}。

^{*1} 2 方向から行う理由はスピンの交換関係を考えれば分かる。スピンの 3 方向成分の大きさの同時測定はできないのである。また、この測定は破壊測定であるため同じ実験を行い複数回測定する必要がある。

以下では、核スピンの依存した励起の方法についてまとめる。原子の状態として超微細構造を考える。核スピンを I 、全角運動量を $\mathbf{J} (= \mathbf{L} + \mathbf{s} : \mathbf{L}$ は軌道角運動量、 \mathbf{s} はスピン角運動量) としたとき、核スピンの含まれた全角運動量 \mathbf{F} は次のようになる：

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{J} . \quad (2.1)$$

全角運動量 \mathbf{J} の大きさを J 、核スピンの大きさを I とすると、角運動量の合成の一般論から、核スピンの含まれた全角運動量の大きさ F は次のような値をとる：

$$F = |J - I|, |J - I| + 1, \dots, J + I - 1, J + I . \quad (2.2)$$

超微細構造とは、この全角運動量 F の違いにより準位が分裂した構造を指す。具体的には図 2.6 のようである。

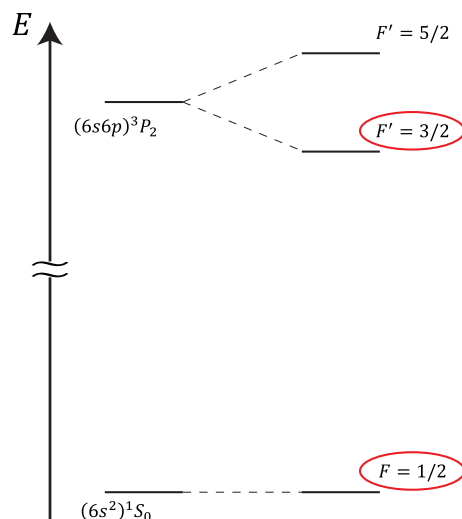


図 2.6 超微細構造を考慮した Yb 原子のエネルギー準位

3P_2 準位における超微細分裂の中でも特に、全角運動量 F が $3/2$ である状態について着目する。ここで、 z 軸を量子化軸にとる。全角運動量 \mathbf{F} の z 成分の固有状態を表すインデックスとしてよく m_F が用いられる。 m_F の取りうる値は

$$m_F = -F, -F + 1, \dots, F - 1, F \quad (2.3)$$

である。さらに、磁場を用いることで、この m_F に依存したエネルギーシフトを起こさせることができる。このような現象は、ゼーマン効果と呼ばれている。特に、この実験で注目するゼーマンサブレベルを図 2.7 に示した。

ここで、図 2.7 に示されている σ^\pm 偏光や矢印の意味について説明しておこう。 σ^+ 偏光や σ^- 偏光とはレーザー光の偏光状態のことを指し、これは簡単に言えば円偏光のことである。量子化軸方向に $+\hbar$ の運動量を運ぶ円偏光が σ^+ 偏光であり、量子化軸方向に

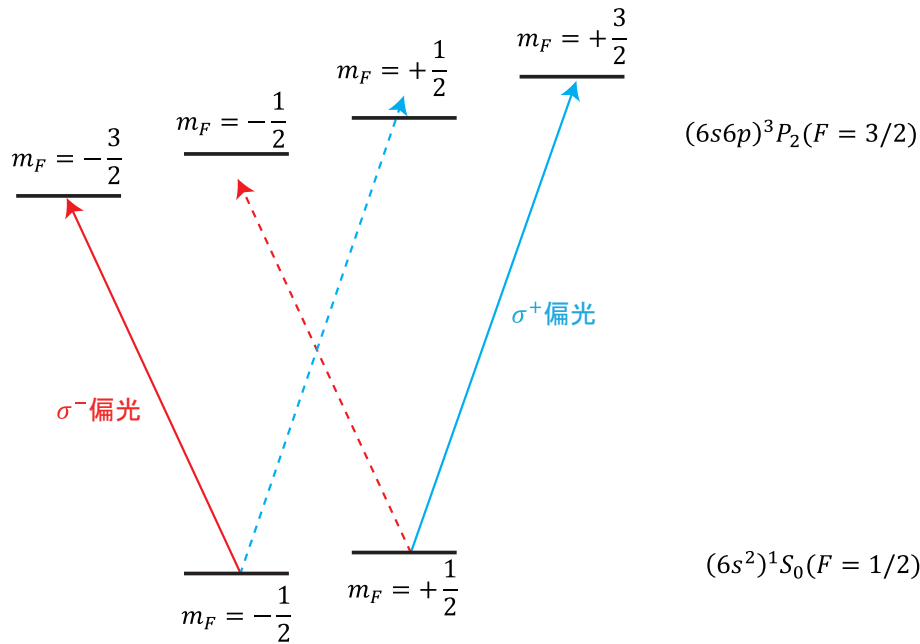


図 2.7 Yb 原子の持つゼーマンサブレベル及び光学遷移の選択則

$-\hbar$ の運動量を運ぶ円偏光が σ^- 偏光である。角運動量の保存則から、励起の際に σ^+ 偏光を用いた場合、図 2.7 の水色の矢印のように、 m_F が $+1$ される光学遷移だけが許される。同様にして角運動量保存則より、 σ^- 偏光の光では図 2.7 のように、 m_F が -1 されるような光学遷移のみが許される。これらは、光学遷移の選択則と呼ばれる。

つまり、図 2.3 において、非共鳴なレーザー光を用いてライトシフトさせたあと、さらに磁場によりゼーマンシフトを起こし、507nm, σ^\pm 偏光のレーザー光を用いることで、特定のサイトの原子を核スピンの依存した形で励起することが可能となる。

2.2 レーザー線幅の見積もり

前節では、いかにして光格子中の単一サイトにおける Yb 原子にアクセスするのかについて説明した。続くこの節では、1msec 以内に特定のサイトの Yb 原子を 100% に近い確率で 1S_0 から 3P_2 に励起するためには、励起に用いるレーザー光の線幅がどの程度であればよいかを理論的に見積もる。

2.2.1 Rabi 周波数

線幅の見積もりを行う前に、原子と光のコヒーレントな相互作用について説明しておく必要がある。

原子は2準位系^{*2}であるとしよう。基底状態のインデックスを1, 励起状態を2として, 各状態の固有状態における波動関数および固有エネルギーの値をそれぞれ $\psi_i(\mathbf{r}, i), W_i (i = 1, 2)$ としよう。ただし, $W_2 > W_1$ である。つまり, Hamiltonian を \mathcal{H}_0 とすると, 次の Schrödinger 方程式を満たす:

$$\psi_n(\mathbf{r}, t) = \phi_n(\mathbf{r})e^{-i\frac{W_n}{\hbar}t} \quad (2.4)$$

$$\mathcal{H}_0\psi_n(\mathbf{r}, t) = W_n\psi_n(\mathbf{r}, t) \quad (2.5)$$

原子と光の相互作用を摂動として扱おう。ここで, 原子と相互作用する光の波長は, 原子の大きさに比べて十分長いとする^{*3}。つまり, 光電場は1つの原子に対して空間的に一様であるとみなすことができ, 次のように光電場を表現することができる:

$$E(t) = |\mathcal{E}| \cos(\omega t + \theta) = \frac{1}{2}(\mathcal{E}e^{i\omega t} + \text{c.c.}). \quad (2.6)$$

ただし, \mathcal{E} は光電場の複素振幅であって

$$\mathcal{E} = |\mathcal{E}|e^{i\theta} \quad (2.7)$$

であって, コヒーレントな光に関しては, $|\mathcal{E}|$ と θ が時間的に一定であるため, $\theta = 0$ となることを時間の原点にとることができる, 結果として \mathcal{E} は実数とすることができる。

原子の光の相互作用として電気双極子相互作用のみを考える。すなわち, 光の偏光方向を z 軸にとり, 原子の電気双極子モーメントの z 方向の演算子を μ_z とすれば, 摂動の Hamiltonian \mathcal{H}' は次のように書くことができる:

$$\mathcal{H}'(t) = -\mu_z E(t) = -\frac{1}{2}\mu_z(\mathcal{E}e^{i\omega t} + \text{c.c.}). \quad (2.8)$$

摂動を受けた原子の波動関数は, 一般に, 固有状態の波動関数の重ね合わせで表現することができる。すなわち, 摂動を受けた2準位原子の波動関数は

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = a_1(t)\psi_1(\mathbf{r}, t) + a_2(t)\psi_2(\mathbf{r}, t) \quad (2.9)$$

と表すことができる。この状態と摂動を含めた Hamiltonian $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}'$ を Schrödinger 方程式に代入すると,

$$\begin{aligned} (\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}') (a_1\psi_1 + a_2\psi_2) &= i\hbar \left(\frac{da_1}{dt}\psi_1 + a_1\frac{d\psi_1}{dt} + \frac{da_2}{dt}\psi_2 + a_2\frac{d\psi_2}{dt} \right) \\ \iff \mathcal{H}'(a_1\psi_1 + a_2\psi_2) &= i\hbar \left(\frac{da_1}{dt}\psi_1 + \frac{da_2}{dt}\psi_2 \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

^{*2} 原子は2つの固有状態, すなわち, 基底状態と励起状態だけを持つとすること。ただし, 基底状態と励起状態は縮退していないものとする。

^{*3} このような仮定は, 長波長近似と呼ばれる。

となる。ここで、 \mathcal{H}' の行列要素を次のように定義しよう：

$$\mathcal{H}'_{nm} = \int \phi_n^* \mathcal{H}' \phi_m d\mathbf{r}. \quad (2.11)$$

ただし、パリティを考えれば分かるように、対角成分 $\mathcal{H}'_{11} = \mathcal{H}'_{22} = 0$ である。(2.10) 式に ψ_1^* , ψ_2^* をそれぞれかけて空間積分することにより、

$$i\hbar \frac{da_1}{dt} = a_2 \mathcal{H}'_{12} e^{-i\omega_0 t}, \quad i\hbar \frac{da_2}{dt} = a_1 \mathcal{H}'_{21} e^{i\omega_0 t} \quad (2.12)$$

となる。ただし、この式を得る過程で波動関数の直交関係

$$\int \psi_1^* \psi_2 d\mathbf{r} = \int \psi_2^* \psi_1 d\mathbf{r} = 0 \quad (2.13)$$

及び、

$$\omega_0 = \frac{W_2 - W_1}{\hbar} \quad (2.14)$$

を用いた。さらに計算を進め、(2.12) 式に計算した電気双極子相互作用の Hamiltonian の行列要素を代入し、回転波近似を行うことにより、次の関係式を得る：

$$\frac{da_1}{dt} = \frac{i\Omega_0}{2} a_2 e^{i(\omega - \omega_0)t}, \quad \frac{da_2}{dt} = \frac{i\Omega_0}{2} a_1 e^{-i(\omega - \omega_0)t} \quad (2.15)$$

ここで、 $\Omega_0 = \mu \mathcal{E} / \hbar$ とおいた。ただし、位相は $\mu_{12} = \mu_{21} \equiv \mu$ が成り立つようにした。

光がコヒーレントで ω が一定のとき、(2.15) 式は簡単に解くことができる。特に、原子は $t < 0$ において基底状態にあり ($a_1(t < 0) = 0$)、 $t = 0$ からコヒーレントな相互作用を受けるとすと、次のような解が得られることが簡単な計算から分かる：

$$|a_1(t)|^2 = \frac{\Omega_0^2}{\Omega^2} \cos^2 \frac{\Omega t}{2}, \quad |a_2(t)|^2 = \frac{\Omega_0^2}{\Omega^2} \sin^2 \frac{\Omega t}{2}. \quad (2.16)$$

ここで、 $\Omega = \sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + \Omega_0^2}$ である。

すなわち、原子と光のコヒーレントな相互作用を考えたとき、原子は、基底状態と励起状態をコヒーレントに角周波数 Ω で振動することが分かる。これは、Rabi 振動と呼ばれ、共鳴条件 $\omega = \omega_0$ のときの Ω_0 は Rabi 周波数と呼ばれ、また、共鳴条件を満たしていないときの Ω は一般化 Rabi 周波数と呼ばれる。

実際の原子では、自然放出や他の原子との衝突等による緩和が存在するため、減衰振動波形となる。

光の強度は実験的に簡単に求めることができるが、そこから、Rabi 周波数を計算するのは難しい。そこで、実験ではよく飽和パラメーターと呼ばれるものがよく用いられる。

測定される光の強度から計算した強度密度を I ，原子の自然幅を Γ としたとき飽和パラメーター s_0 は，次のように計算される*4：

$$s_0 = \frac{I}{I_{\text{sat}}} \quad \text{ただし, } I_{\text{sat}} = \frac{2\pi\Gamma\hbar c}{3\lambda_0^3} = \frac{\hbar\Gamma\omega_0^3}{12\pi c^2}. \quad (2.17)$$

飽和パラメーターは，Rabi 周波数 Ω_0 と次のように関係づけられる：

$$s_0 = \frac{2\Omega_0^2}{\Gamma^2}. \quad (2.18)$$

2.2.2 線幅の見積もり

理論的に線幅を見積もるに当たり，以下の3つのことを仮定する．本研究室では，波長 1014nm の半導体レーザーを基本波とし，二次高調波発生を利用することで，波長 507nm，出力 200mW 程度の光源開発に成功している [7]．したがって，ファイバーカップル等のロスを考慮しても，100mW 程度は単一サイトアクセスのために使えると考えられる．また，冷却された原子集団の大きさは半径 $10\mu\text{m}$ 程度であるため，照射するレーザー光は直径 $100\mu\text{m}$ であると考えれば十分である．さらに，照射する 507nm のレーザーによるライトシフト等は無視し，理想的な状況であるとする．

有限な線幅を持つレーザー光と原子の相互作用に関しては H.J.Kimble らにより詳しく解説されている [3]．ここでは，この結果を引用し計算を進める．論文との繋がりをよくするために，同じ記号を用いることにする．

原子は2準位系であるとしよう．時刻 $t = 0$ において原子に光を照射したとすると，時刻 t における励起状態の分布確率 $\langle\langle [\langle \hat{R}_3(t) \rangle + 1/2] \rangle\rangle$ は次のように表される：

$$\begin{aligned} \langle\langle [\langle \hat{R}_3(t) \rangle + \frac{1}{2}] \rangle\rangle &= \frac{\frac{1}{4}\Omega^2(1 + \lambda/\beta)}{\frac{1}{2}\Omega^2(1 + \lambda/\beta) + (\beta + \lambda)^2 + \beta^2\theta^2} \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1, i \neq j \neq k}^3 \frac{(2\beta + p_i)[(\beta + \lambda + p_i)^2 + \beta^2\theta^2]e^{p_i t}}{p_i(p_i - p_j)(p_i - p_k)} \\ &\quad + \langle\langle [\langle \hat{R}_3(0) \rangle + \frac{1}{2}] \rangle\rangle \sum_{i=1, i \neq j \neq k}^3 \frac{[(\beta + \lambda + p_i)^2 + \beta^2\theta^2]e^{p_i t}}{(p_i - p_j)(p_i - p_k)} \\ &\quad - \frac{1}{2}\Omega \langle\langle \hat{b}_s^\dagger(0) \rangle\rangle e^{i\phi(0)} \sum_{i=1, i \neq j \neq k}^3 \frac{(\beta + \lambda + p_i - i\beta\theta)e^{p_i t}}{(p_i - p_j)(p_i - p_k)} \end{aligned}$$

*4 ただし，これらの計算においては自然放出以外の緩和を無視している．

$$-\frac{1}{2}\Omega \left\langle\left\langle \langle \hat{b}_s(0) \rangle e^{i\phi(0)} \right\rangle\right\rangle \sum_{i=1, i \neq j \neq k}^3 \frac{(\beta + \lambda + p_i + i\beta\theta)e^{p_i t}}{(p_i - p_j)(p_i - p_k)}. \quad (2.19)$$

ただし、 $\langle \dots \rangle$ は期待値であり、 $\langle\langle \dots \rangle\rangle$ はアンサンブル平均を表し、各パラメータは以下の表 2.1 のように定義されている。

パラメータ	値	説明
Ω	$\sqrt{\gamma\Gamma s_0}$	Rabi 周波数
λ		レーザー光の線幅
β	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\mu^2\omega_0^3}{3\hbar c^3}$	Einstein A 係数の半分 (ω_0 は原子の共鳴周波数)
θ	$\frac{\omega_1 - \omega_0}{\beta}$	無次元化された離調 (ω_1 はレーザー光の発振周波数)
$\hat{b}_s^\dagger(t), \hat{b}_s(t)$		Heisenberg 描像における生成消滅演算子
$\phi(t)$		レーザー光の位相

表 2.1 励起状態の確立分布を計算するための記号の説明

表中における s_0 は飽和パラメータと呼ばれ、用いるレーザー光のパワー密度 I を用いて次のように定義される。

$$s_0 = \frac{I}{I_{\text{sat}}} \quad \left(\text{ただし, } I_{\text{sat}} = \frac{\hbar\Gamma_n\omega_0^3}{12\pi c^2} \right) \quad (2.20)$$

また、 γ は横緩和定数であり、 Γ は縦緩和定数である。緩和として自然放出のみを考えた場合、原子の自然幅 Γ_n を用いて、 $\gamma = \Gamma_n/2$ 、 $\Gamma = \Gamma_n$ と計算される。

Einstein の A 係数を計算する際に出てくる μ は原子の電気双極子モーメントであり、原子特有の自然幅と以下のように結びついている：

$$\Gamma_n = \frac{\omega_0^3 \mu^2}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} \quad (2.21)$$

さらに、 p_i は次の三次方程式の解である：

$$p^3 + (4\beta + 2\lambda)p^2 + [(\beta + \lambda)(5\beta + \lambda) + \beta^2\theta^2 + \Omega^2]p + 2\beta(\beta + \lambda)^2 + 2\beta^2\theta^2 + (\beta + \lambda)\Omega^2 = 0. \quad (2.22)$$

初期状態として原子は基底状態にあるとしよう。このとき、時刻 $t = 0$ において励起状態の分布確率は

$$\left\langle\left\langle \left[\langle \hat{R}_3(0) \rangle + \frac{1}{2} \right] \right\rangle\right\rangle = 0 \quad (2.23)$$

である。また、基底状態の波動関数と励起状態の波動関数は直交関係を満たすことから、生成演算子、消滅演算子の期待値はそれぞれゼロとなる：

$$\langle \hat{b}_s^\dagger(0) \rangle = \langle \hat{b}_s(0) \rangle = 0. \quad (2.24)$$

したがって、(2.19) 式の右辺第三項から第五項まではゼロとなり、初めの二項だけが残る。仮定した実験状況からレーザー光のパワー密度は

$$I = \frac{100\text{mW}}{\pi(50\mu\text{m})^2} \quad (2.25)$$

と計算される。

以上で述べたことを用いて、レーザー光の線幅を変えながら原子の励起状態の分布確率の時間依存性を計算した結果を図 2.8 から 2.11 に示す。

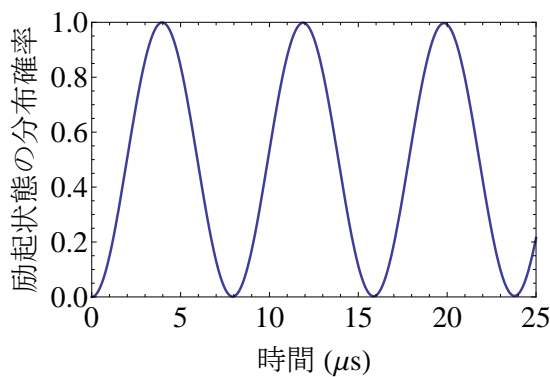


図 2.8 レーザー線幅 100Hz のとき

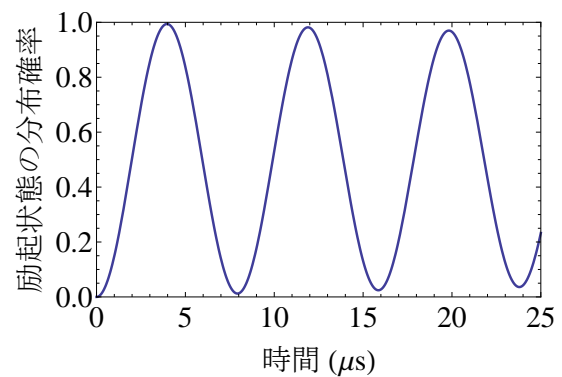


図 2.9 レーザー線幅 1kHz のとき

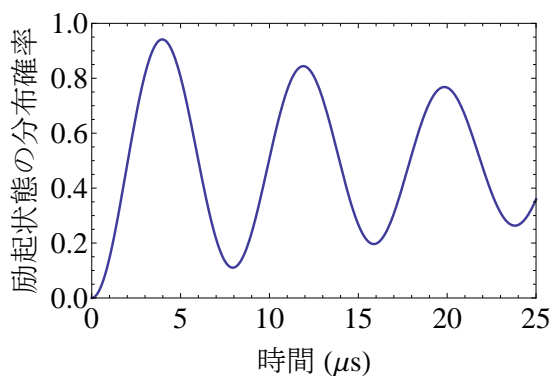


図 2.10 レーザー線幅 10kHz のとき

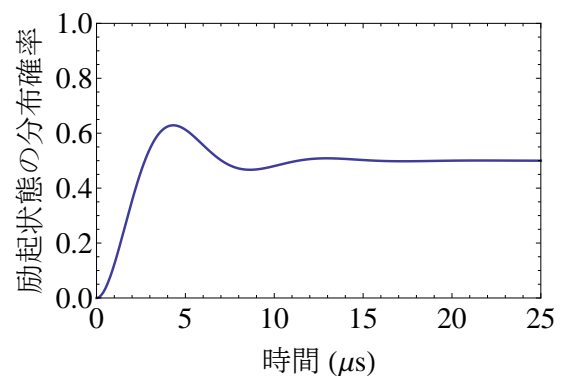


図 2.11 レーザー線幅 100kHz のとき

計算結果より、レーザー線幅が少なくとも 1kHz 以下であれば 100 %に近い確率で原子を励起状態に励起することが可能であることが分かった。さらに、原子を励起状態にあげ

るのにかかる時間はレーザー光の線幅というよりは寧ろ、レーザー光のパワー密度が支配的である。これは、前節で示した Rabi 周波数がレーザーのパワー密度に依存していることを考えれば妥当な結果であると言える。

第 3 章

外部共振器型半導体レーザーの作製 と線幅の評価

半導体レーザーをそのまま発振させただけでは、波長の選択性に乏しく、線幅も太い。そこで本研究では、半導体レーザーの外部に回折格子を置き、一次回折光を光帰還することで発振波長の選択性を確保するとともに線幅を狭窄化する「外部共振器型半導体レーザー」というシステムを用いた。第 3.1 章では、このシステムの説明を行う。説明の際に、共振器という言葉が何度か登場する。そこで、続く第 3.2 では、共振器の説明を行う。

3.1 外部共振器型半導体レーザー

そもそも、なぜレーザー光は線幅をもつのだろうか。理想的な単一色の電場は、

$$E(t) = |\mathcal{E}_0| \cos(\omega_0 t + \theta) \quad (3.1)$$

と表される。しかし、実際のレーザー光の電場は

$$E(t) = |\mathcal{E}(t)| \cos(\omega_0 t + \theta(t)) . \quad (3.2)$$

のように表すことができる。ただし、振幅 $|\mathcal{E}(t)|$ や位相 $\theta(t)$ は時々刻々とランダムに変化する。

このように、振幅や位相が時間的にランダムに変化することにより線幅が生じるのだが、これにはさまざまな原因がある。例えば、レーザーの共振器長の安定性や、振動や温度変化等が挙げられる。しかし、これらの線幅への影響をほとんど無くすることは可能である。すなわち、本研究では、これらの影響をなくすために試行錯誤していると言える。しかし、量子力学に由来する根本的な雑音、つまり、自然放出の影響により線幅の狭窄化には下限が存在する。

自然放出によるレーザー線幅の限界値はすでに理論的に調べられており，Schawlow-Townes の公式として知られている：

$$\Delta\nu_{\text{Laser}} = \frac{\pi h\nu_0(\Delta\nu)^2\mu}{P} . \quad (3.3)$$

ここで， $\Delta\nu_{\text{Laser}}$ はレーザーの発振線幅， h は Plank 定数， ν_0 はレーザーの発振周波数， $\Delta\nu$ は共振器の線幅， μ は反転分布を形成するときの上準位を 2，下準位を 1 としたとき， $\mu \equiv N_2/(N_2 - N_1)_{\text{th}}$ ， P は発振出力である。

しかし，一般に半導体レーザーでは，この限界値より太くなる．(3.3) 式は自然放出によって起こる電子密度の揺らぎによるレーザー媒質の屈折率の効果を考えずして導出されている．この効果を入れた結果もすでに示されており，複素屈折率の実部の変化量を $\Delta n'$ ，虚部の変化量を $\Delta n''$ として，この比を

$$\alpha \equiv \frac{\Delta n'}{\Delta n''} \quad (3.4)$$

として，次のように計算される：

$$\Delta\nu_{\text{LD}} = (1 + \alpha^2)\Delta\nu_{\text{Laser}} . \quad (3.5)$$

共振器の線幅は共振器内の光子の寿命 τ_c と次のように結び付けられる（話が前後するが，このことは以後示す）：

$$\Delta\nu = \frac{1}{2\pi\tau_c} . \quad (3.6)$$

半導体レーザーをそのまま発振させただけでは，共振器内の光子寿命が短いために発振のスペクトル線幅が非常に太い．そこで，半導体レーザーの外部に回折格子を置き，一次回折光を光帰還することで，発振波長の選択性を確保すると共に線幅を狭窄化するシステムが存在する．このシステムは，外部共振器型半導体レーザー (ECLD:External Cavity Laser Diode) と呼ばれる．さらに，ECLD は図 3.1 のような Littrow 型と図 3.2 のような Littman-Metcalf 型に分けられる．

ECLD を組む利点は線幅の狭窄化以外にも，発振波長を選択できるというメリットがある．すなわち，回折格子の位置を微調整することにより，共振器長を調整することができて結果として発振波長を選択できるというものである．Littrow 型では，回折格子の位置を微調整して発振波長の選択を行い，Littman-Metcalf 型では，ミラーの角度を調整することにより回折格子への光の入り方を調整して発振波長を選択する．Littman-Metcalf 型の ECLD では，回折格子に光を 2 回入射させるため波長選択の分解能がよく，また，ミラーで波長選択を行っているため，出射光のパスがずれないという長所をもつ．一方，Littrow 型 ECLD では，波長選択を 1 回しか行わないため，出射パワーが大きいという利点を持つ．本研究では，Littrow 型の ECLD を用いた．

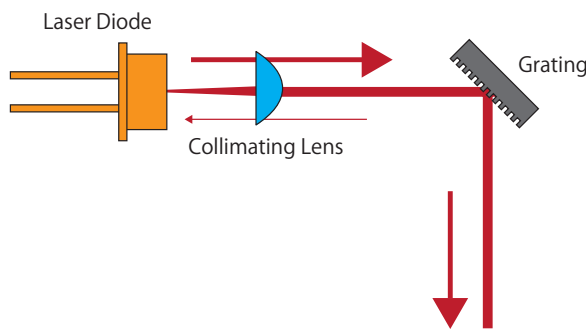


図 3.1 Littrow 型 ECLD

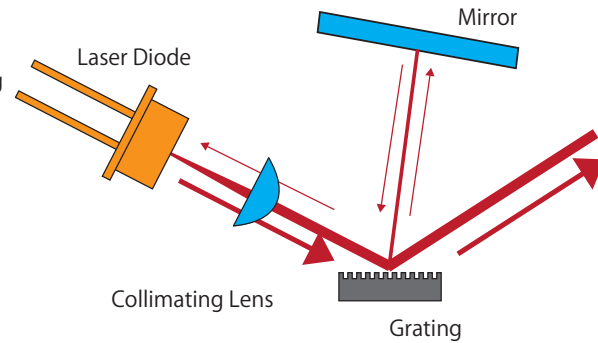


図 3.2 Littman-Metcalf 型 ECLD

3.2 共振器

付録 B において、一様な媒質中でのレーザー光線の伝播が数学的にどのように記述されるのかを示した。この節ではこれらの知識をもとにして、共振器とは何かについて述べ、その一般的な性質を説明する [11].

3.2.1 共振器とは

共振器とは、光波の反射と収束を繰り返すように並べられた 2 枚以上のレンズからなり、光を「閉じ込める箱」のようなものである。共振器の例として図 3.3 に 2 枚の球面鏡を用いた共振器を、図 3.4 に 4 枚のミラーを用いた Bow-tie 共振器をそれぞれ示した。共振器に一方向から光を入射させた場合、共振器に許される「共振器モード」だけが閉じ込められ透過するため、共振器は光学フィルターあるいはスペクトル解析器としての役割を果たす。

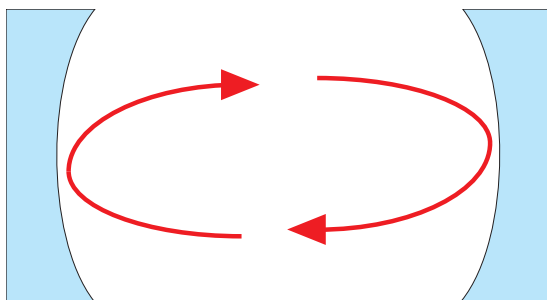


図 3.3 球面鏡共振器

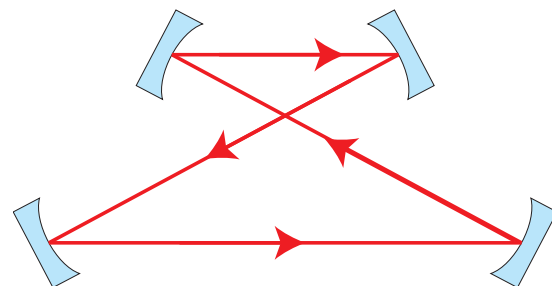


図 3.4 Bow-tie 共振器

以下では、本研究で用いた 2 枚のミラーからなる共振器（例えば図 3.3 のような）につ

いての説明を行う。ここで、共振器を成す球面鏡の位置はそれぞれ z_1, z_2 ($z_2 > z_1$) であるとし、また球面鏡の曲率半径を R_1, R_2 とする。また、共振器長を $d = z_2 - z_1$ とする。

近軸の Hermholtz 方程式の解として、次のようないわゆる「エルミート-ガウシアンビーム」がある*1：

$$E_{l,m}(x, y, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} H_l \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) H_m \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) \times \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{w(z)} + ik \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} + ikz - i(l+m+1)\eta(z) \right). \quad (3.7)$$

ただし、 $H_l(x)$ は l 次の Hermite 多項式であり、各種パラメータは付録において定義した通りである。

共振器を成す球面鏡の曲率半径とガウシアンビームの曲率半径が等しいとき、入射波と反射波の両方の波面は鏡と一致するため、ビームは来た経路を再びたどるようになる。片方の球面鏡により反射された光は、もう片方の球面鏡に入射するわけだが、こちらでもビームの波面と球面鏡の曲率半径が一致するとき、ビームは再び来た経路をたどることとなる。すなわち、 $R_i = R(z_i)$ ($i = 1, 2$) を満たすようなガウシアンビームはすべて、 z_i におかれた曲率半径が R_i の球面鏡共振器のモードとなる。任意の次数のエルミート-ガウシアンビームは等しい波面を成すことから、複数の次数のガウシアンビームが設計の等しい共振器のモードになる。以下では、各モードに対する共鳴条件を考えていきたいと思う。

エルミート-ガウシアンビーム $E_{l,m}(x, y, z)$ の位相部分は、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ として

$$\phi_{l,m}(r, z) = kz - (l+m+1)\eta(z) + \frac{kr^2}{2R(z)} \quad (3.8)$$

である。光軸上（今回の場合は z 軸）の点では $\phi_{l,m}(0, z) = kz - (l+m+1)\eta(z)$ である。球面鏡の面は波面と一致するから、それぞれの球面鏡上の点は同じ位相となるため、光軸上だけを考えればよいのである。ビームが、曲率半径 R_1 の球面鏡から R_2 の球面鏡に伝播するとき、位相は

$$\phi_{l,m}(0, z_2) - \phi_{l,m}(0, z_1) = kd - (l+m+1)\Delta\eta \quad (3.9)$$

だけ変化する。ただし、 $d = z_2 - z_1$ は共振器長であり、 $\Delta\eta$ は $\eta(z_2) - \eta(z_1)$ のことである。1 往復での位相の変化が 2π の整数倍のときこのモードは共振器モードである。したがって、共鳴条件は $q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ を用いて次のように表される：

$$2kd - 2(l+m+1)\Delta\eta = 2q\pi. \quad (3.10)$$

*1 詳しくは付録 B を参照

さらに、波数は $k = 2\pi\nu/c$ ，共振器の $\text{FSR}^*2 = \nu_F = c/2d$ を用いることで、共鳴周波数は以下のように計算される：

$$\nu_{q,l,m} = q\nu_F + (l+m+1)\frac{\Delta\eta}{\pi}\nu_F. \quad (3.11)$$

(q, l, m) でラベル付されるこれらのモードにおいて、 q は縦モードと呼ばれ、 (l, m) は横モードと呼ばれている。図 3.5 にある横モードに関する共振器の透過光スペクトルを示した。

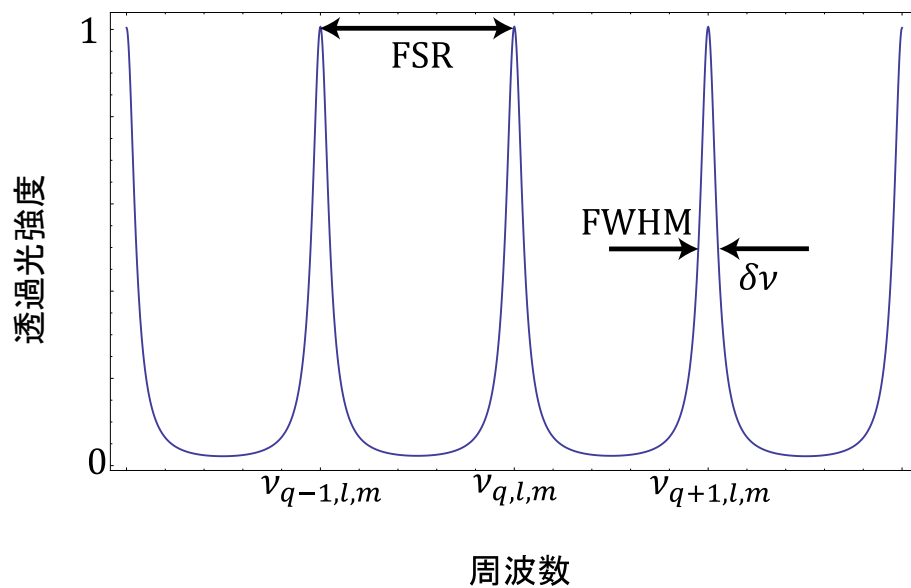


図 3.5 ある横モードに関する透過光スペクトル

共振器に共鳴する周波数は数学的に定義される単一のものではなく、幅を持っている。このときの、一つのピークの FWHM を $\delta\nu$ とおく。共振器の Q 値に対応するものとして Finesse と呼ばれる数がある。Finesse \mathcal{F} は、FSR の共振器の線幅 $\delta\nu$ を用いて次のように定義される：

$$\mathcal{F} \equiv \frac{\text{FSR}}{\delta\nu}. \quad (3.12)$$

最後に、後の議論で必要となるため、平面鏡共振器に平面波を入射させたときの Finesse や共振器の線幅 $\delta\nu$ に関する具体的な表式を記載しておく。このような簡単な 1 次元共振器は、Fabry-Perot etalon として知られている。平面波を内部の屈折率が n である共振器に、入射角 θ で入射させることを考える。具体的な導出は行わないが、共振器長を d ，平面鏡の反射率は等しく $r_1 = r_2 \equiv r$ としたとき、共振器の $\text{FSR} = \nu_F$ ，線幅 $\Delta\nu$ ，そして

*2 FSR とは、Free Spectral Range の略である。これは、共振器の隣接する共鳴周波数の間隔を表す。

Finesse \mathcal{F} は次のように計算される [12] :

$$\text{FSR} = \frac{c}{2nd \cos \theta}, \quad (3.13)$$

$$\Delta\nu = \frac{c}{2\pi nd \cos \theta} \frac{1-r}{\sqrt{r}}, \quad (3.14)$$

$$\mathcal{F} = \frac{\nu_F}{\Delta\nu} = \frac{\pi\sqrt{r}}{1-r}. \quad (3.15)$$

3.2.2 共振器のアライメント方法

今までは、共振器の共鳴条件は縦モードしか考えてこなかった。しかし、実際の実験で共振器にレーザー光をカップルさせようとしたときは、横モードの存在を考えなければならない。そこでこの節では、共振器にレーザー光をカップルさせる際のアライメント方法について説明する。この議論は、後に ECLD のシングルモードで掃引可能な範囲を測定する際や、ULE 共振器に ECLD をカップルさせるときに重要になってくる。ここでの議論では、基本ガウシアンビーム (TEM₀₀) を共振器にカップルさせることを想定して行う。

レーザー光はあらかじめレンズ等の光学素子を用いて共振器の共振モードに空間モードを合わせておく。しかし、どんなに頑張っても人間の精度ではビームのモードを完全に共振器のモードにマッチングさせることは不可能である。このため、共振器に共鳴する光に TEM₀₀ 以外の横モードが存在するようになる。以下では、どのような横モードが共鳴するのかを計算しておく。

まずは、共振モードに対応するエルミート-ガウシアンビームを次のように表現しよう :

$$E_{l,m}(x, y, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} H_{l'} \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) H_{m'} \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) \times \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{w(z)} + ik \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} + ikz - i(l' + m' + 1)\eta(z) \right). \quad (3.16)$$

そして、我々がビーム整形を行い得た、基本ガウシアンビームを次のように表現する :

$$E'(x, y, z) = E'_0 \frac{w'_0}{w'(z)} \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{w'(z)} + ik \frac{x^2 + y^2}{2R'(z)} w'(z) + ikz - i\eta'(z) \right). \quad (3.17)$$

エルミート-ガウシアンビームは任意の近軸光ビームを展開するための基底として用いることができたから、

$$E'(x, y, z) = \sum_{l'=1}^{\infty} \sum_{m'=1}^{\infty} c_{l'm'} E_{l',m'}(x, y, z) \quad (3.18)$$

が成り立つ。

ここで、Hermite 多項式に関する直交規格化関係を表記しておく：

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-x^2} H_l(x) H_m(x) = 2^l l! \sqrt{\pi} \delta_{lm} . \quad (3.19)$$

(3.18) 式を少し変形しよう：

$$\begin{aligned} E'(x, y, z) &= \sum_{l'=1}^{\infty} \sum_{m'=1}^{\infty} c_{l'm'} E_{l',m'}(x, y, z) \\ \iff E'(x, y, z) &= \sum_{l'=1}^{\infty} \sum_{m'=1}^{\infty} c_{l'm'} E_0 \frac{w_0}{w(z)} H_{l'} \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) H_{m'} \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) \\ &\quad \times \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{w(z)} + ik \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} + ikz - i(l' + m' + 1)\eta(z) \right) \\ \iff E'(x, y, z) &\frac{w(z)}{E_0 w_0} \exp \left(\frac{x^2 + y^2}{w(z)} - ik \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} - ikz \right) \\ &= \sum_{l'=1}^{\infty} \sum_{m'=1}^{\infty} c_{l'm'} \exp(-i(l' + m' + 1)\eta(z)) H_{l'} \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) H_{m'} \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

関数 $F(x, y, z)$ を

$$F(x, y, z) \equiv \frac{w(z)}{E_0 w_0} \exp \left(\frac{x^2 + y^2}{w(z)} - ik \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} - ikz \right) \quad (3.21)$$

と定義することで

$$\begin{aligned} E'(x, y, z) F(x, y, z) &= \sum_{l'=1}^{\infty} \sum_{m'=1}^{\infty} c_{l'm'} \exp(-i(l' + m' + 1)\eta(z)) H_{l'} \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) H_{m'} \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

と簡略化される。この式の両辺に

$$G(x, y, z) \equiv \exp \left(-2 \frac{x^2}{w^2(z)} \right) \exp \left(-2 \frac{y^2}{w^2(z)} \right) H_l \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) H_m \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) \quad (3.23)$$

をかけて x, y の両方について $-\infty$ から ∞ まで積分を行うと、

$$\begin{aligned} (\text{LHS}) &= \sum_{l'=1}^{\infty} \sum_{m'=1}^{\infty} c_{l'm'} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \exp \left(-2 \frac{x^2}{w^2(z)} \right) \exp \left(-2 \frac{y^2}{w^2(z)} \right) \\ &\quad \times H_{l'} \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) H_{m'} \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) \\ &\quad \times \exp(-i(l' + m' + 1)\eta(z)) H_{l'} \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) H_{m'} \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{l'=1}^{\infty} \sum_{m'=1}^{\infty} c_{l'm'} \exp(-i(l' + m' + 1)\eta(z)) 2^{l+m} l! m! \pi \delta_{l,l'} \delta_{m,m'} \\
&= 2^{l+m} l! m! \pi \exp(-i(l + m + 1)\eta(z)) c_{lm} ,
\end{aligned} \tag{3.24}$$

$$(\text{RHS}) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy E'(x, y, z) F(x, y, z) G(x, y, z) \tag{3.25}$$

となる．したがって，展開係数である c_{lm} がゼロにならないためには関数 $E'(x, y, z)F(x, y, z)G(x, y, z)$ が x 及び y に関しての偶関数となればよい．任意の組み (l, m) に対して $E'(x, y, z), F(x, y, z)$ が x, y に関しての偶関数なのはその具体的な表式をみても明らかであろう．つまり，関数 $G(x, y, z)$ の偶奇が問題となってくる．関数 $G(x, y, z)$ の偶奇を以下にまとめた：

$$G(x, y, z) = \begin{cases} \text{偶関数} & (l, m \text{ のどちらも偶数のとき}) \\ \text{奇関数} & (l, m \text{ のうち少なくとも一方が奇数のとき}) \end{cases} \tag{3.26}$$

すなわち，組み (l, m) がともに偶数のときのみ展開係数 $c_{l,m}$ がゼロとならない (l, m) の組み合わせが存在する．これは，共振器に基本ガウシアンビームを入射させたとき，横モードが立つとすればそれは (l, m) がともに偶数のモードのみであることを示している．つまり，共振器の透過光をビームプロファイラ等で観測し， (l, m) のどちらかまたは両方が奇数であるようなモード測定された場合，アライメントが不十分であり，アライメントを攻めることでこの横モードを消せるということである．このことは付録 B における図 B.1 から図 B.6 を見ても分かるように，奇数次の横モードは中心付近に強度分布を持たないため，ビーム半径の異なる基本ガウシアンビームは偶数次のモードの重ね合わせで表せるということが定性的にも理解されよう．この考えを拡張すれば，横長に広がった奇数次の横モードは横方向のアライメントを，縦に広がった奇数次の横モードは縦方向のアライメントを攻めることで消せるということも定性的に理解できる．

3.3 ECLD の作製

この節では、本研究で作製した ECLD の作製思想についてまとめる。

3.3.1 LD の特性

まずは、用いた LD (TOPTICA 製の LD-1020-0400-2) のスペックを表 3.1 に纏めた。

	Symbol	Value	単位
Threshold Current	I_{th}	58.3	mA
Operating Current	I_{OP}	535.0	mA
Operating Voltage	V_{OP}	1.42	V
Slope Efficiency	η_s	0.86	W/A
Light Output Power	P_O	400.0	mW
Center Wavelength	λ_p	1016.0	nm

表 3.1 TOPTICA LD-1020-0400-2 の特性

表を見ても分かるように、通常の操作電流は 535mA であるが、ECLD からの出射光強度が本研究においては十分であったため、LD の寿命を伸ばすという意味も込め、半分以下の 250mA 程度で操作している。

3.3.2 コネクタブロックの制作

本研究では、電流源として Lightwave 社の LDX-3525, 温調として Lightwave 社の LDT-5412 を用いた。それぞれのスペックを表 3.2 と表 3.3 に示す。

	Value	単位
Current Output Range	200/500	mA
Current Output Resolution	50/125	μA
Current Output Compliance Voltage	7	V
Current Source Output Connector	9-pin D-sub Female	

表 3.2 Lightwave LDX-3525 の特性

	Value	単位
Thermistor Control Range	0 - 199.9	kΩ
Output Power	6	W
Output Connectors	15-pin D-sub connector	
Compliance Voltage	-3 to +3	V
Current Range	-2.00 to +2.00	A
Temperature Control	± 0.01	°C

表 3.3 Lightwave LDT-5412 の特性

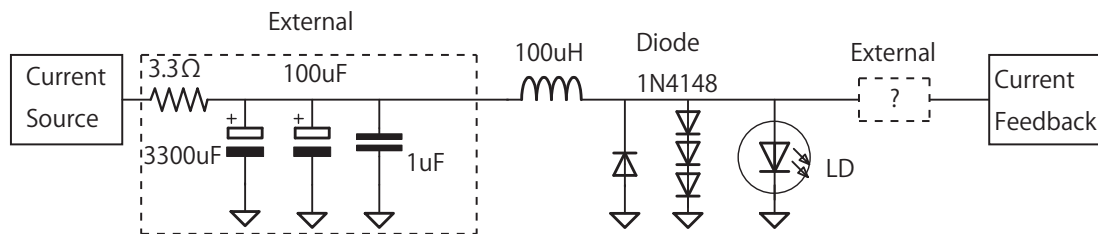


図 3.6 LD の電源周りの回路図

図 3.6 に LD の電源周りの回路図を示した。電流源からの入力側には外付け（コネクタブロック）でローパスフィルターを通してている。また、電流平滑化・電流フィードバックの高周波が電流源に入らないようにするために 100nH のコイルを並列に入れた。3 つのスイッチングダイオード (1N4148) を LD に対して並列に入れることで過電流が流れるのを防ぎ、また、1 つのスイッチングダイオード (1N4148) を逆向きに並列に入れることで逆電流が流れるのを防いだ。

ローパスフィルターは 3.3Ω の抵抗の他に、3 種類のコンデンサーを用いている。理想的なコンデンサーのインピーダンス Z は、静電容量が C であれば、 $Z = 1/(i\omega C)$ と表される。しかし、現実のコンデンサーの等価回路は図 3.7 のようになっている*³。

図に示されている ESR とは等価直列抵抗 (Equivalent Series Resistance), ESL とは等価直列インダクタンス (Equivalent Series Inductance) のことである。現実のコンデンサーには、電極やリード線、誘電体の特性等により少なからずの抵抗が生じる。これらの抵抗が ESR としてまとめられるのである。この抵抗がコンデンサーの発熱する原因となる。また、ESL は、電極板やリード線等のインダクタンス成分をまとめたものである。こ

*³ さらに詳しく書くならば、図に示した以外にも、コンデンサーの漏れ電流を表すための絶縁抵抗を C に対して並列に接続したり、誘電損失を表すためのインピーダンスを C に対して並列に接続する必要があるが、今回の説明では簡単のために省略されている。

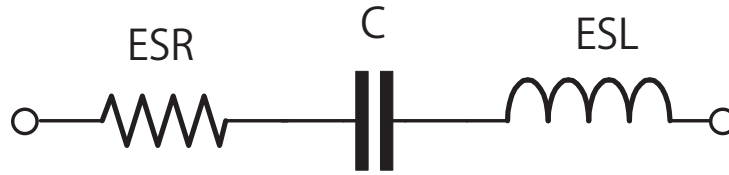


図 3.7 コンデンサーの等価回路

の成分により、高周波に対して現実のコンデンサーは大きなインピーダンスを持つことになる。

つまり、現実のコンデンサーのインピーダンスは $1/(i\omega C)$ とは異なり、その大きさは次のように計算される：

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} . \quad (3.27)$$

理想的なコンデンサーの性質は、低周波数では大きなインピーダンスを持ち、高周波数側では小さなインピーダンスを持つということである。しかし、現実のコンデンサーのインピーダンスは ESR の影響により下限を持ち、ESL の影響で高周波数側で大きなインピーダンスを持ってしまい、結果としてその周波数特性は V 字形になる。

今回ローパスフィルタを制作するに当たり用いたコンデンサーは、 $3300\mu\text{F}$ 及び $100\mu\text{F}$ のアルミ電解コンデンサー、 $1\mu\text{F}$ のフィルムコンデンサーである。電解コンデンサーは電気容量の大きいものが存在するが、比抵抗の大きな電解質材料を用いているため、ESR が大きい。また、フィルムコンデンサーは電極として金属材料が用いられているため ESR は非常に低い値となっている。

以上のことを踏まえ、本研究で制作したローパスフィルタについての説明を行う。イメージを分かりやすくするために、図 3.8 に現実のコンデンサーの周波数特性を表すグラフを示した。ただし、ESR は周波数に依存して変化したり、ESL は用いたコンデンサーのリード線の長さにより変化するため、電解コンデンサーは $\text{ESR}=1\Omega, \text{ESL}=20\text{nH}(3300\mu\text{F}), 10\text{nH}(100\mu\text{F})$ として、フィルムコンデンサーでは、 $\text{ESR}=10\text{m}\Omega, \text{ESL}=5\text{nH}$ とした。

まず、 $3300\mu\text{F}$ という大容量のコンデンサーのおかげで、比較的low周波数からインピーダンスが低いため、ローパスフィルタのカットオフ周波数を下げることができる。しかし、このコンデンサーは電解コンデンサーであるために、高い ESR を持ち、さらに ESL の影響によりある程度の周波数以上ではこの配置ではローパスフィルタの機能を果たさなくなる。そこで、 $100\mu\text{F}$ の電解コンデンサーをさらに用いるのである。 $3300\mu\text{F}$ のコンデンサーに比べて $100\mu\text{F}$ のコンデンサーは低周波数でのインピーダンスは大きいものの、周波数の高いところまでインピーダンスが理想的なコンデンサーのように振る舞う。こ

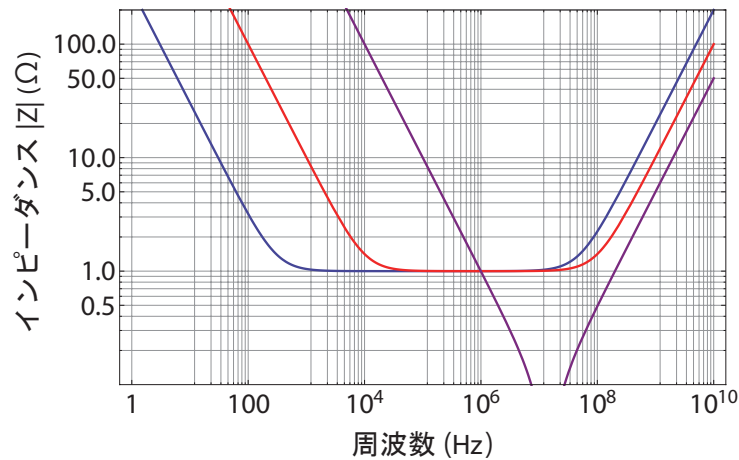


図 3.8 現実のコンデンサーのインピーダンスの周波数依存性 (青： $3300\mu\text{F}$ の電解コンデンサー，赤： $100\mu\text{F}$ の電解コンデンサー，紫： $1\mu\text{F}$ のフィルムコンデンサー)

のおかげで、 $3300\mu\text{F}$ のコンデンサーではすでにローパスフィルターとしての役割を果たしていなかった周波数領域をカバーできるようになる。しかし、 $100\mu\text{F}$ の電解コンデンサーも $3300\mu\text{F}$ のときと同様に高周波数ではコンデンサーとしての働かない。そこでさらに $1\mu\text{F}$ のフィルムコンデンサーを用いる。電気容量の値が小さいことや ESR が小さいことにより、高周波数までコンデンサーとして機能する。したがって、3種類のコンデンサーを並列して組み合わせてやることにより広帯域にわたりローパスフィルターとして機能するようになるのである。

3.3.3 回折格子の決定

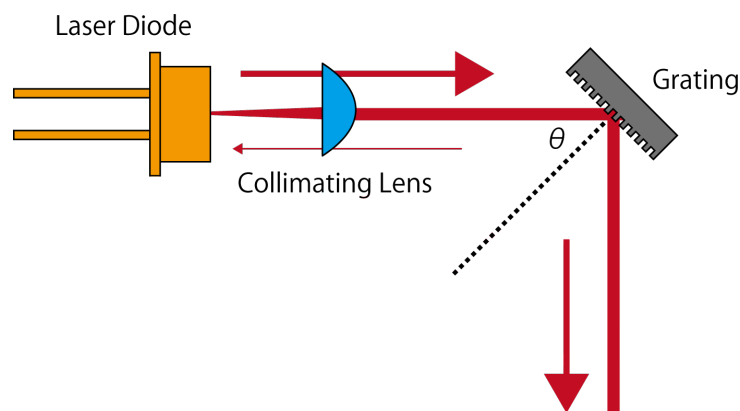


図 3.9 Littrow 型 ECLD

本研究で用いた ECLD は Littrow 型である。図 3.9 のように、回折光子への入射角と

回折角はともに等しく，これらを θ とすると，レーザー光が干渉して発振する条件は以下のようになることが簡単な解析から分かる：

$$2d \sin \theta = m\lambda . \quad (3.28)$$

ここで， d は回折格子の格子定数であり， m は干渉次数であり今回の場合は $m = 1$ である．また， λ はレーザーの波長である．

市販の回折格子では格子定数 d を任意に選べるわけではないので，設計上，出射光がなるべく垂直（つまり， $\theta = \pi/4$ ）になるように回折格子を決定した．計算結果を表 3.4 にまとめた．

$d(\text{mm})$	$2\theta(\text{deg.})$
1/300	18
1/600	35
1/1200	75

表 3.4 回折格子の決定

この結果より，回折格子の格子定数は $d = 1/1200$ のを用いることにした．回折格子を決定したので，設計図は図 3.10 のようになった．

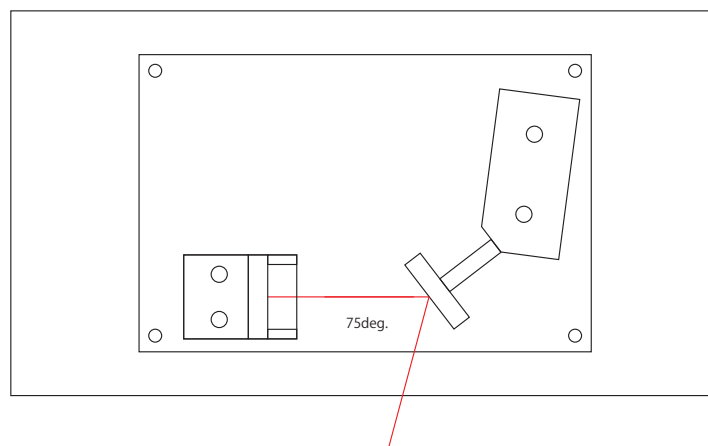


図 3.10 1014nmECLD の設計図

本研究では，回折格子は THORLABS 社の GR25-1205 を用いた．その回折効率をホームページにあるスペックシートより引用したグラフを図 3.11 に示す．LD へと戻す一次回折光は十数%でよいため，1014nm の LD に対して回折格子には P 偏光を入射すれば

よいことが分かる。LD からの出射光のビーム形は楕円形をしており、性質上短軸方向に偏向している。そのため、除震台に対して長軸が水平となるように LD を固定する必要がある。

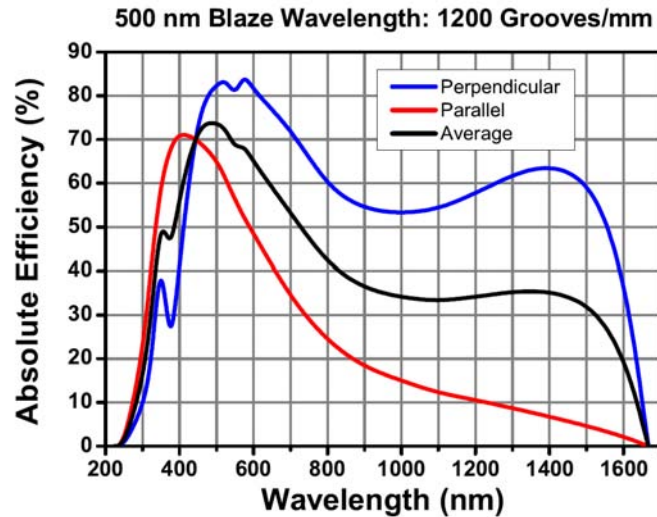


図 3.11 回折格子 GR25-1205 の回折効率

以上を踏まえたうえで、実際に ECLD の作製を行った。より詳細な作製過程は付録 3.1 を参照していただきたい。作製した ECLD の外観は図 3.12 のようであり、中身は図 3.13 のようになっている。

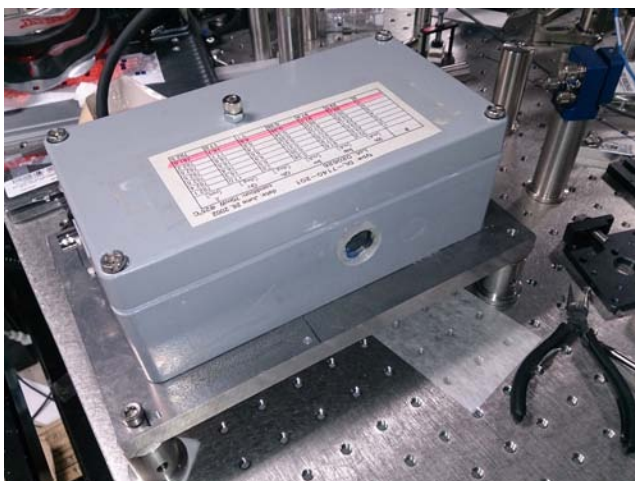


図 3.12 作製した ECLD の外観



図 3.13 作製した ECLD の中身

3.4 ECLD の性能評価

本研究では，作製した ECLD の性能評価として次の 3 つの実験を行った．

- スレッシュホールド電流の測定
- 共焦点型共振器を用いたシングルモードでの掃引可能範囲の確認
- 自己遅延ヘテロダイン法による線幅の評価

以下では，これらの実験に対する理論及び結果を示していく．

3.4.1 スレッシュホールド電流の測定

ECLD の性能を評価する上で重要なものの 1 つとして，スレッシュホールド電流がある．できるだけスレッシュホールド電流を下げられれば，それだけ光帰還のかかり具合が良くなるからである．さらに，スレッシュホールド電流は，万が一予期せぬ事態により ECLD の再調整が必要になったとしてもアライメントの一つの指標となる．図 3.14 は ECLD からの出射光強度の入力電流依存性を表したグラフである．青い線が実験結果を示し，オレンジの線は，データシートより引用した半導体レーザー単体で発振させたときの出力特性を示す．回折格子の一次回折光を光帰還に用いているため，出力強度自身は下がってしまうが，スレッシュホールド電流は単体で発振させたときより少なくなっていることが読み取れる．

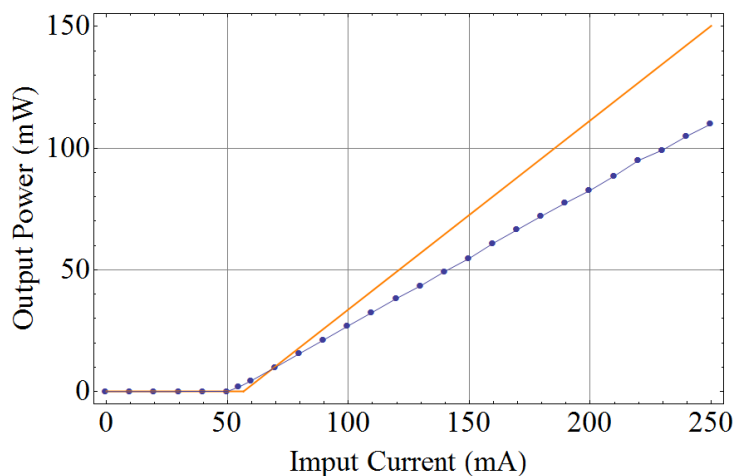


図 3.14 出力強度の入力電流依存性

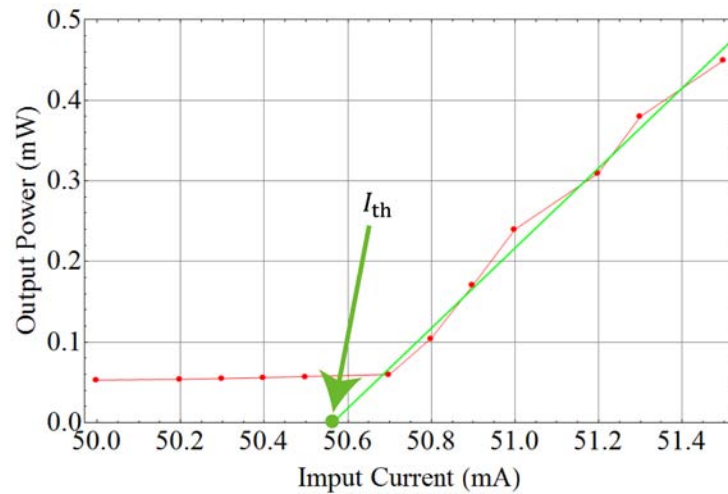


図 3.15 スレッシュホールド近傍における出力強度の入力電流依存性

また，図 3.15 はスレッシュホールド近傍における出射光強度の入力電流依存性である．実験結果（赤）に対してフィッティング（緑）を行うことでスレッシュホールド電流は， $I_{th} = 55.56 \text{ mA}$ と推定できた．

3.4.2 共焦点型共振器を用いたシングルモードでの掃引可能範囲の確認

制作した ECLD がモードホップフリーな領域において，どの程度周波数を掃引できるか確認するために図 3.16 のような系を組んだ．実際の様子は図 3.17 のようである．

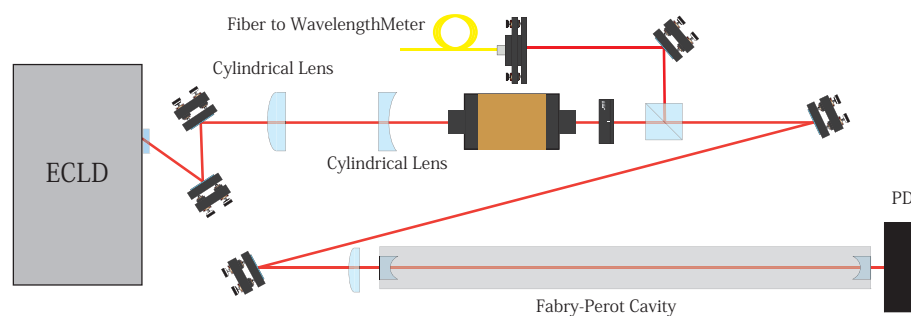


図 3.16 シングルモード確認のための系

この系について簡単な説明を行う．まず，ECLD からの出射光は除震台に対して長軸が水平な楕円形をしているため，シリンドリカルレンズを用いてビームの形が円になるようにした．そして，戻り光を遮断するためにアイソレーターに通した．アイソレーターの出射光を PBS を用いて分割し，片方をマルチモードファイバーを通して波長計に送り，もう片方を共焦点型 Fabry-Perot 共振器にカップルさせた．共焦点型共振器とは，図 3.18

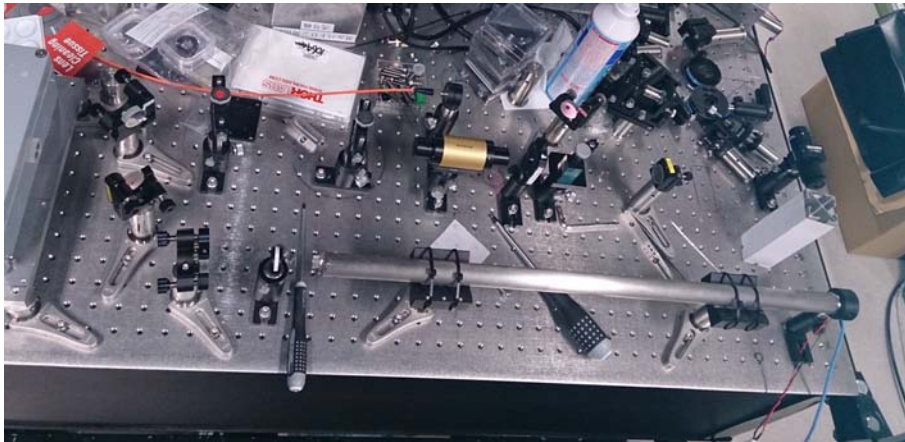


図 3.17 シングルモード確認のための系の実際の様子

のように，共振器をなす 2 枚のミラーの焦点*4が一致している共振器のことを指す．そして，ECLD の周波数を掃引しながら，共振器からの透過光強度を測定することで，シングルモードで掃引可能な範囲を確認した．

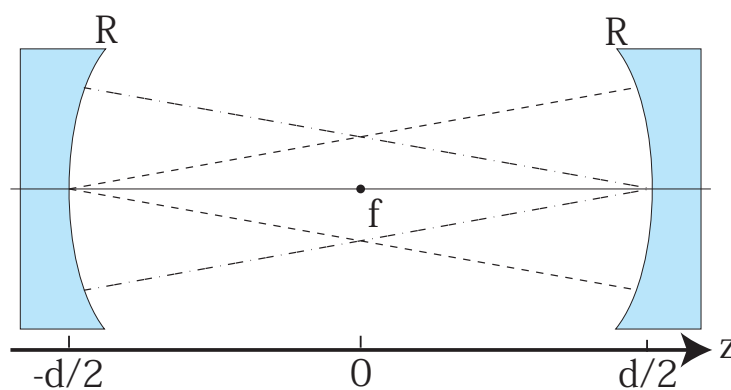


図 3.18 共焦点型共振器

まず初めに，共焦点型共振器がどのような性質を持つのかを知る必要がある．凹面鏡の曲率半径をともに R として，2 つの凹面鏡の中心，すなわち焦点の位置を原点 ($z = 0$) にとり，共振器長を d とする．共焦点であるという条件から

$$R = d \quad (3.29)$$

が成り立つ．それでは，この共振器に共鳴するようなビームのモードについて考える．実

*4 曲率半径 R のミラーにおける反射は，焦点距離が $f = R/2$ の薄肉レンズの透過と等価である．

験原理において説明したように、共振器に共鳴する周波数は、

$$\nu_{l,m,q} = q\nu_F + (l+m+1)\frac{\Delta\eta}{\pi}\nu_F \quad (3.30)$$

であった。\$q\$ は縦モードの次数を表し、\$(l, m)\$ は横モードの次数を表していた。また、\$\Delta\eta\$ の具体的な表式は以下のものである：

$$\begin{aligned} \Delta\eta &= \eta\left(\frac{d}{2}\right) - \eta\left(-\frac{d}{2}\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{d}{2z_0}\right) - \tan^{-1}\left(-\frac{d}{2z_0}\right) \\ &= 2\tan^{-1}\left(\frac{d}{2z_0}\right). \end{aligned} \quad (3.31)$$

ここで、同じ縦モード \$q\$ に付随する2つの横モード：\$(l, m), (l', m')\$ の共鳴周波数の間隔は、

$$\nu_{l,m,q} - \nu_{l',m',q} = [(l+m) - (l'+m')]\frac{\Delta\eta}{\pi}\nu_F \quad (3.32)$$

と計算される。特に共焦点型共振器の場合、曲率半径と共振器長さの関係 (3.29) 式とガウシアンビームに関する曲率半径を表す式：

$$R(z) = z\left[1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2\right] \quad (3.33)$$

を用いることで、レイリー長 \$z_0\$ は、

$$\begin{aligned} R &= \frac{d}{2}\left[1 + \left(\frac{z_0}{d/2}\right)^2\right] \\ \iff z_0 &= \frac{d}{2} \end{aligned} \quad (3.34)$$

であることが計算される。したがって、(3.31) 式より

$$\Delta\nu = \frac{\pi}{2} \quad (3.35)$$

であることが分かる。つまり、

$$\nu_{l,m,q} - \nu_{l',m',q} = [(l+m) - (l'+m')]\frac{\nu_F}{2} \quad (3.36)$$

となり、共焦点型共振器における2つの横モードに付随した縦モードは、同じであるか、または \$\nu_F/2\$ だけずれているかのどちらかであることを示している。ここで重要なのは、TEM₀₀ を基準としたとき、共鳴周波数が \$\nu_F/2\$ だけずれる横モードは、\$l+m\$ が奇数の場合に限るということである。実験原理でも示したように、共振器により定められた

TEM₀₀ に対してビーム半径等の少し異なる TEM₀₀ のビームを入射させた場合でも、アライメントを攻めることで (l, m) のどちらか、または両方が奇数の横モードは消せることを示した。すなわち、共焦点型共振器を用いるときに行うべきビーム整形は、ビームの形が円形となり、共振器の中心でビームウェストとなるようにするだけである。手軽にシンプルな共振スペクトルをみれるところが共焦点型共振器の強みである。

実際に得られた共振器を透過したビームのスペクトルを図 3.19 に示した。

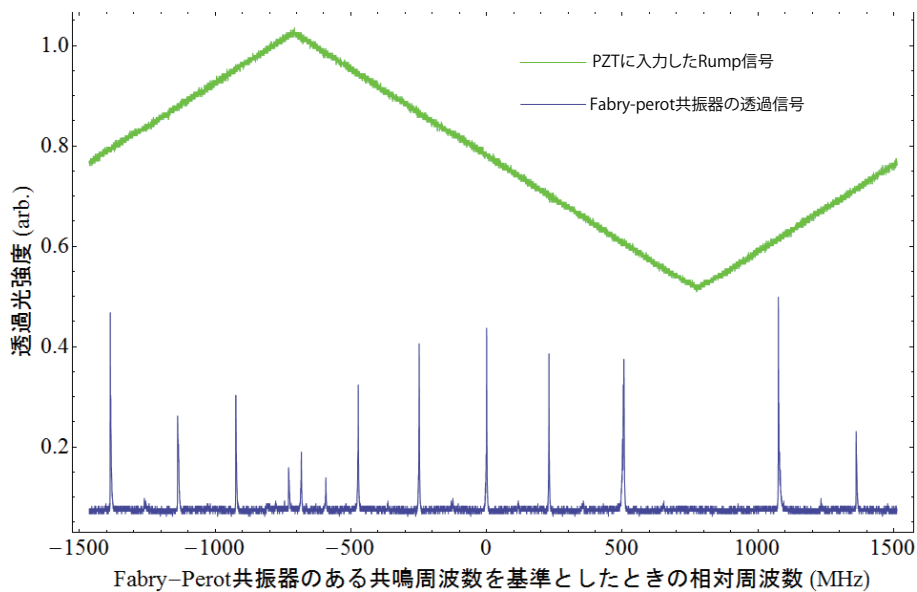


図 3.19 ECLD の周波数掃引時における Fabry-Perot 共振器の透過信号

ただし、 piezoelectric 素子に入力した Ramp 信号は目安としてグラフに載せただけであり、縦軸との相関はない。また、共鳴しているピークとピークの間には小さなピークが見えるが、これはアライメントを頑張ったが消えなかったため、シリンドリカルレンズによってビームの形が完全な円形とはならず、少し楕円であったために奇数次の横モードが立っていると考えられる。

図をみても分かるように、少なくとも 4FSR はシングルモードで周波数を掃引できている。用いた共振器の共振器長さが $d = 600\text{mm}$ であることを考慮すると、

$$\text{FSR} = \frac{c}{2d} = 250(\text{MHz}) \quad (3.37)$$

であるので、少なくとも 1GHz はモードホップすることなく掃引できることが分かる。

本研究で用いた ULE 共振器の FSR が 1.5GHz であるので、それ以上モードホップすることなく周波数を掃引できることが望ましい。コリメートレンズを接着する際に用いた接着剤は完全に硬化するまでに 1 日という時間を要するものであった。そのため、コリメートレンズが時間的に少しずつ、ベストな位置で固定できなかったことが掃引範囲が狭

くなった理由であると考えている。しかし、今回制作した ECLD は一台目とのビートを測定するためだけに用いられるため、時間的制約もあり作り直すことはなくそのまま用いた。時間があるときにもう一度コリメートレンズの接着を行い、モードホップせずに掃引できる周波数の範囲を広げていきたいと考えている。

3.4.3 自己遅延ヘテロダイン法による ECLD の線幅評価

ECLD システムを構築することで、レーザー光の線幅が狭窄化されることをすでに説明した。そこで、本研究では ECLD の線幅がどの程度になっているのかを確認した。線幅評価する方法として「自己遅延ヘテロダイン法」を用いた [8]。

自己遅延ヘテロダイン法とは

図 3.20 に自己遅延ヘテロダイン法の模式図を示した。レーザー光を 2 つのパスに分け、

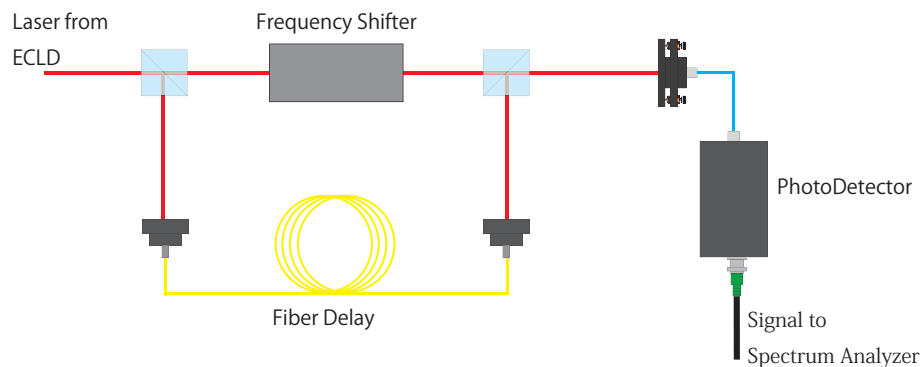


図 3.20 自己遅延ヘテロダイン法

片方にはファイバーにより遅延を与え、もう片方には AOM 等を用いて周波数シフトをさせる。レーザー光のコヒーレンス時間に対してファイバーにより十分長い遅延時間を与えることにより分けられた 2 つのレーザー光は、それぞれ独立のレーザーからの光とみなすことができる。したがって、これらの光のビートを測定することで、線幅を評価できるのである。片方のパスのレーザー光を周波数シフトさせる理由は、ビート周波数をゼロでない値にするためである。

では、どのような信号が得られるのか計算してみよう。2 つに分割された半導体レーザーからの出射光のうち、遅延ファイバーによって時間 t_d だけ遅延された光を E_1 とし、一方、角周波数 Ω だけ周波数シフトされた光を E_2 とする。ただし、この解析では、 E_1 と E_2 はある 1 つの同じ偏光状態にあるとし、ベクトルではなくスカラーとして扱うことにする。これらの電場はフォトディテクター直前では次のように表すことができる：

$$E_1(t) = E_1 \cos[\omega_0(t - t_d) + \phi(t - t_d)] , \quad (3.38)$$

$$E_2(t) = E_2 \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \phi(t)] . \quad (3.39)$$

ここで、 $\phi(t)$ は半導体レーザーの位相揺らぎを表す。

フォトディテクターでは、これらの和の 2 乗に比例した信号が得られる。したがって、得られる信号の交流部分は、定数項を省略すると次のようになる：

$$I(t) = \cos[-\Omega t - \omega_0 t_d + \phi(t - t_d) - \phi(t)] . \quad (3.40)$$

ただし、定数項の他に ω_0 や $2\omega_0$ で振動する項が出てくるが、光の周波数が数百 THz に対して、フォトディテクターの帯域はそこまでないので無視する。光強度 $I(t)$ の自己相関関数を Fourier 変換するとパワースペクトルを求めることができる。自己相関関数 $\gamma(\tau)$ は次のように計算できる：

$$\begin{aligned} \gamma(\tau) &= \langle I(t) \cdot I(t + \tau) \rangle \\ &= \cos \Omega \tau \langle \cos[\phi(t - t_d) - \phi(t) + \phi(t + \tau) - \phi(t + \tau - t_d)] \rangle . \end{aligned} \quad (3.41)$$

ただし、 $\langle \dots \rangle$ は時間平均を表す。

位相ゆらぎがガウス分布に従っていると仮定すると、次の関係が成り立つ：

$$\langle \cos[\phi(t + \tau) - \phi(t)] \rangle = \exp\left(-\frac{1}{2} \langle [\phi(t + \tau) - \phi(t)]^2 \rangle\right) . \quad (3.42)$$

また、コヒーレンス時間 τ_c を次のように定義する：

$$\langle E(t) \cdot E(t + \tau) \rangle = \langle \cos[\phi(t + \tau) - \phi(t)] \rangle \equiv \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_c}\right) . \quad (3.43)$$

以上を踏まえ、自己相関関数をもう一度整理すると、

$$\gamma(\tau) = \cos \Omega \tau \cdot \exp\left(-\frac{1}{\tau_c}(2|\tau| + 2t_d - |-\tau + t_d| - |\tau + t_d|)\right) \quad (3.44)$$

のようになる。この式を $|\tau| \leq t_d$ のときと、 $|\tau| > t_d$ のときとに分けて Fourier 変換を行うとパワースペクトル $S(\omega)$ は

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \exp\left(-2\frac{t_d}{\tau_c}\right) \cdot \delta(\omega - \Omega) \\ &+ \frac{2/\tau_c}{(\omega - \Omega)^2 + (2/\tau_c)^2} \left[1 - \exp\left(-2\frac{t_d}{\tau_c}\right) \cdot \left\{ \cos(\omega - \Omega)t_d + 2\frac{t_d}{\tau_c} \frac{\sin(\omega - \Omega)t_d}{(\omega - \Omega)t_d} \right\} \right] \end{aligned} \quad (3.45)$$

であると求められる。これが自己遅延ヘテロダイン法によるビートスペクトルの理論式である。

遅延時間 t_d がコヒーレンス時間 τ_c に比べて十分長いとき、(3.45) 式からも分かるように $\exp(-2t_d/\tau_c)$ に従って速やかに減衰し、次のような項のみが残る：

$$S(\omega) = \frac{2\pi B_c}{(\omega - \Omega)^2 + (2\pi B_c)^2} \quad (3.46)$$

ただし、 B_c はレーザー光のスペクトル線幅であり、具体的な表式は次のようである：

$$B_c = \frac{1}{\pi\tau_c} \quad (3.47)$$

つまり、得られる信号はレーザー線幅の2倍の半値全幅をもつ Lorentzian である。

自己遅延ヘテロダイン法による線幅の評価

それでは、実験結果を示していきたい。自己遅延ヘテロダイン法を行う際に組んだ光学系は図 3.21 のようである。また、光学系の実際の様子とは図 3.22 である。

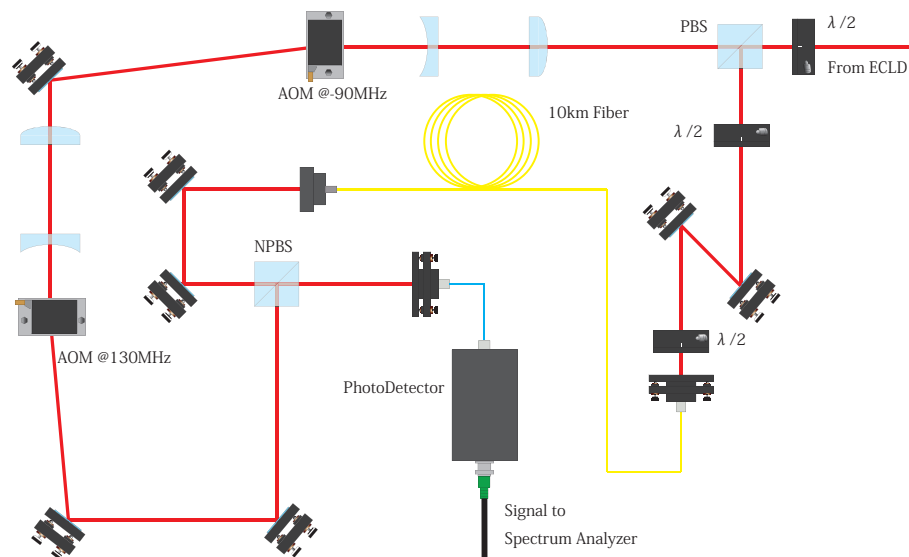


図 3.21 自己遅延ヘテロダイン法のための実験系

まずは、この光学系の説明を行う。ECLD からのレーザー光を PBS を用いて2つのパスに分け、片方は AOM により周波数をシフトさせ、もう片方は 10km のファイバーを用いて遅延させた。また、2 台の AOM にはそれぞれ 90MHz と 130MHz の RF 信号を Signal Generator (Rohde and Schwarz 社, SML01) より印加し、それぞれ1 次回折光と1 次回折光を用いることで合計で 40MHz の周波数をシフトさせた。用いたフォトディテクターは THORLABS 社 PDA8GS である。

実験結果は、図 3.23 のようになった。

実験結果に対して Lorentzian フィッティングを施すことで、 $\text{FWHM} = 50.5 \pm 0.8 \text{ kHz}$ であることが分かった。すなわち、ECLD の線幅は半分の 25kHz 程度である。

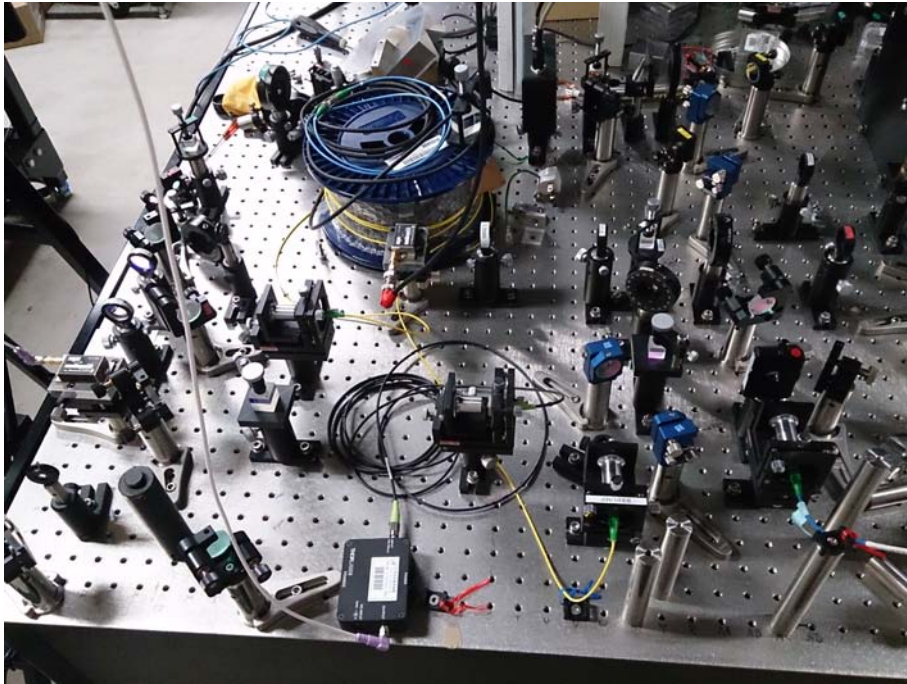


図 3.22 実際の系の様子

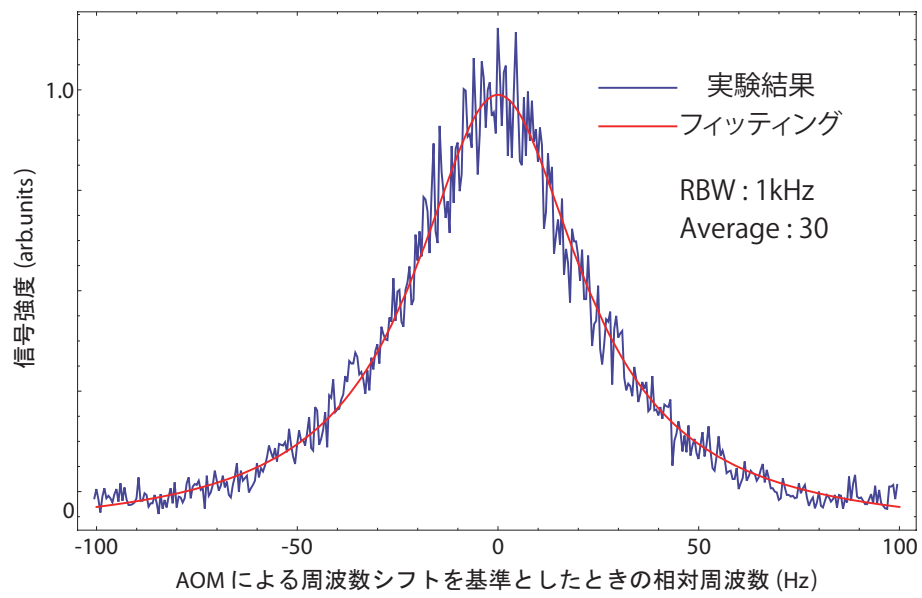


図 3.23 自己遅延ヘテロダイン法によるビート信号

第 4 章

ULE 共振器の評価，及び ULE 共振器への半導体レーザーの安定化

本研究では，半導体レーザーの線幅狭窄化の第一段階として第 3 章のように ECLD を構築した．第二段階では，ULE ガラス製の高フィネス共振器をリファレンスとして ECLD に電氣的なフィードバックを施す．この章では，まず初めに ULE 共振器とはどのような共振器なのかについて説明し，ECLD を ULE 共振器にカップルする方法についてまとめる．続いて，実際に用いた ULE 共振器のフィネスの測定方法及び結果について述べる．そして，フィードバックを施す際に必要となる Error 信号を得るための手段について説明し，本研究で得られた Error 信号を示す．最後に，自作したロック回路について説明し，ULE 共振器を用いた半導体レーザーの安定化が行われたことを示す．

4.1 ULE 共振器

ULE 共振器とは共振器を成す 2 枚のミラーのスペーサーが ULE ガラス^{*1}という特殊なガラスでできた共振器のことを言う．ULE ガラスはゼロクロス温度と呼ばれる温度で熱膨張係数がゼロとなるガラスのことである．熱膨張係数とは，温度変化 ΔT による共振器長の変化を ΔL としたとき次のように書かれる：

$$\Delta L = \alpha L \Delta T . \quad (4.1)$$

すなわち，熱膨張係数が大きな物質をスペーサーとして用いた場合，少しの温度変化により共振器長が著しく変化してしまため，共振器自体が不安定なものになってしまう．本研究では，この ULE 共振器を絶対周波数の基準とし，また，高フィネスで設計されている

^{*1} ULE とは，Ultra Low Expansion の略である．本研究では，米国 Advanced Thin Films 社製 ULE Reference Notched Cavity ATF-6020-4-ZeroCross を用いている．

ことから, 線幅狭窄化のリファレンスとしても用いている. 超狭線幅光学遷移を狙っているので, 絶対周波数の基準として用いている共振器の周波数が不安定では実験どころではなくなるために, ゼロクロス温度が存在する ULE 共振器を用いている.

本研究で用いた ULE 共振器の概略図は図 4.1 のようである.

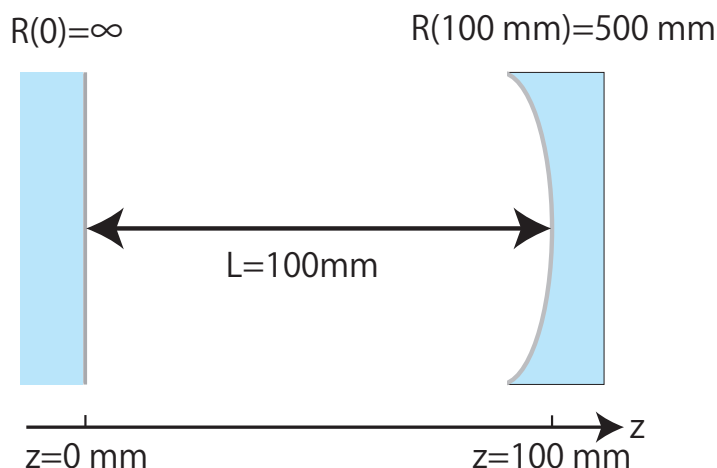


図 4.1 ULE 共振器の概略図

共振器を成す一方のミラーは平面鏡であり, もう一方は凹面鏡である. 共振器長は $L = 100\text{mm}$ であり, 図では便宜上平面鏡の位置を $z = 0\text{mm}$, 凹面鏡の位置を $z = 100\text{mm}$ としている. また, 凹面鏡の曲率半径は $R(100\text{mm}) = 500\text{mm}$ である. では, このような共振器の共振モードを求めてみよう. $z = 100\text{mm}$ におけるレーザー光の曲率半径が, 凹面鏡の曲率半径 $R(100\text{mm}) = 500\text{mm}$ と一致し, また $z = 0\text{mm}$ におけるレーザー光の曲率半径が平面鏡の曲率半径 $R(0) = \infty$ と一致すれば, レーザー光は反射により来た道をたどり直し, 共振器内部で定在波を成す, これが共振モードである. レーザー光の空間モードとして TEM_{00} を考えると, (B.9) 式より

$$R(z = 100) = 100 \left[1 + \left(\frac{z_0}{100} \right)^2 \right] = 500 \text{ mm} \quad (4.2)$$

となり,

$$z_0 = 200 \text{ mm} \quad (4.3)$$

が得られる. また, $z = 0$ におけるビームウェスト w_0 はレイリー長 z_0 と

$$z_0 \equiv \frac{kw_0}{2} = \frac{\pi w_0^2 n}{\lambda} \quad (4.4)$$

のように結び付けられる. ただし, n はレーザー光が伝播する媒質中の屈折率であるが, 今回の場合, ULE 共振器は真空チャンバー内にあるため $n = 1$ であり, 波長は

$\lambda = 1014.6\text{nm}$ である．これらを代入することにより，本研究で用いた ULE 共振器にカップルするレーザー光のモードは，

- 共振器をなす平面鏡でビームウェスト $w_0 = 254\mu\text{m}$
- TEM₀₀ の基本ガウシアンビーム

であることが分かる．つまり，ULE 共振器にカップルさせようとするレーザー光は事前にこのような条件を満たすようにビーム整形しておくことで，カップルの効率が高められる．

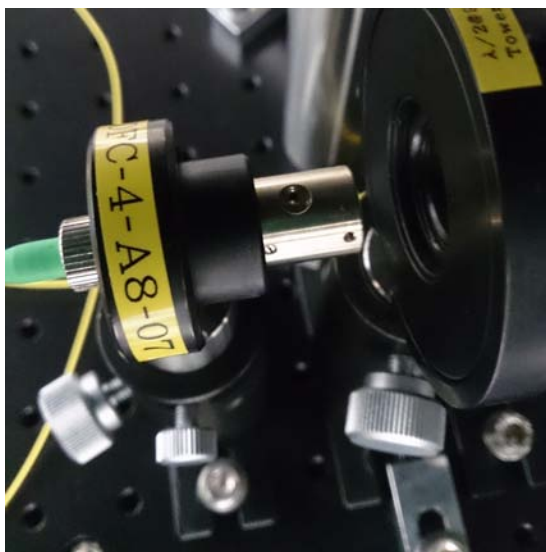


図 4.2 ファイバーコリメーター



図 4.3 調整するための道具

ULE 共振器にレーザー光をカップルさせる際のアライメント方法について少し触れておく．ビーム整形には図 4.2 に載せてあるファイバーコリメーターを用いた．この光学素子は通常，ファイバーからの出射光をコリメート光にするために用いられる．図 4.3 における左側の道具によりコリメートレンズの位置を微調整することができるため，コリメート光ではなく絞られたビームを出射することも可能となる．また，図 4.3 の右側のマイナスドライバーはコリメートレンズを固定するために用いた．

4.2 ULE 共振器の Finesse の評価

本研究では，線幅狭窄化のためのフィードバックのリファレンスとして，非常に高い Finesse を持つ共振器を用いている．メーカーから提示されたスペックでは，1014nm において Finesse は， $\mathcal{F} = 50000 \pm 15000$ である．実際にはどの程度の性能が出ているのかを実験的に調べることは重要である．

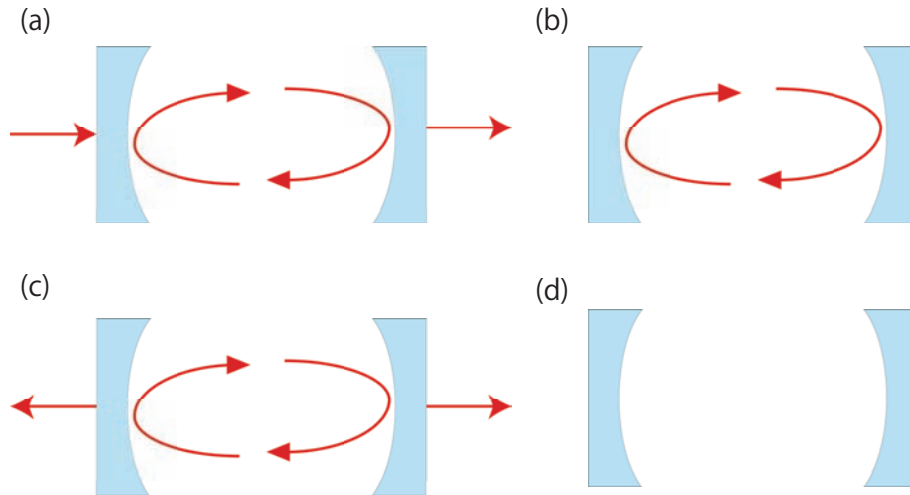


図 4.4 ULE 共振器の Finesse を評価するための実験

図 4.4 に、ULE 共振器の Finesse を評価するための実験の模式図を示した。まず、(a) のようにあらかじめ ECLD の周波数を ULE 共振器に共鳴するようにしておく*2。この状態から、ECLD を突然切ると、共振器内部に (b) のように光子が取り残される。取り残された光子は共振器の線幅を反映した寿命を持って (c) のように徐々に両側から染み出し、最終的に (d) のように共振器内部の光子はゼロとなる。

以下では、まず、共振器の線幅と共振器内の光子の寿命の関係を示す [11]。その後、実験結果より ULE 共振器の Finesse の評価を行う。

4.2.1 共振器の線幅と光子寿命の関係

共振器の損失の原因として次のようなことが挙げられる：

- 共振器を構成するミラー間の媒質による吸収と散乱による損失。
- ミラーでの不完全の反射による損失。さらに反射による損失は次の 2 つに分類することができる。
 - － 共振器を構成するミラーは部分反射ミラーが用いられ、光がそこから逃げ出すことによる損失。
 - － ミラーのサイズが有限であるため、光の一部がミラー周辺から漏洩し消失することによる損失。

*2 話が前後するが実際には、後ほど説明する方法や回路を用いて ECLD を ULE 共振器にロックして実験を行った。

ミラー間の媒質の吸収係数を α_s とすると、1 往復でのパワー減衰係数は $\exp(-2\alpha_s d)$ と書くことができる。ただし、 d は共振器長である。また、ミラーの反射率をそれぞれ R_1, R_2 とすると、光の強度は 1 往復で係数 $R_1 R_2$ によって減衰する。ここで述べた反射率は、先に述べた 2 つの損失を加味している。したがって、全体としての強度減衰係数 r^2 は次のようになる：

$$r^2 = R_1 R_2 \exp(-2\alpha_s d) . \quad (4.5)$$

後のために、これを次のように書き換えておく：

$$\alpha_r = \alpha_s + \frac{1}{2d} \ln \frac{1}{R_1 R_2} . \quad (4.6)$$

これは、

$$\alpha_r = \alpha_s + \alpha_{m1} + \alpha_{m2} \quad (4.7)$$

とも書くことができる。ただし、 α_{mi} ($i = 1, 2$) はミラー i における損失係数を表している：

$$\alpha_{mi} = \frac{1}{2d} \ln \frac{1}{R_i} . \quad (4.8)$$

ここで、本研究で用いているミラーは高反射率であるため、次のように近似できる*3：

$$\ln \frac{1}{R_i} = -\ln R_i = -\ln[1 - (1 - R_i)] \cong 1 - R_i . \quad (4.9)$$

したがって、

$$\alpha_{mi} \cong \frac{1 - R_i}{2d} \quad (4.10)$$

となる。特に、2 つのミラーの反射率が等しければ $R_1 = R_2 \equiv R$ となるので、

$$\alpha_r \cong \alpha_s + \frac{1 - R}{d} \quad (4.11)$$

が成り立つ。

共振器の Finesse \mathcal{F} は

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{r}}{1 - r} \quad (4.12)$$

で求めることができたので、(4.5) 式を用いれば次のように計算することができる：

$$\mathcal{F} = \frac{\pi \exp(-\alpha_r d/2)}{1 - \exp(-\alpha_r d)} . \quad (4.13)$$

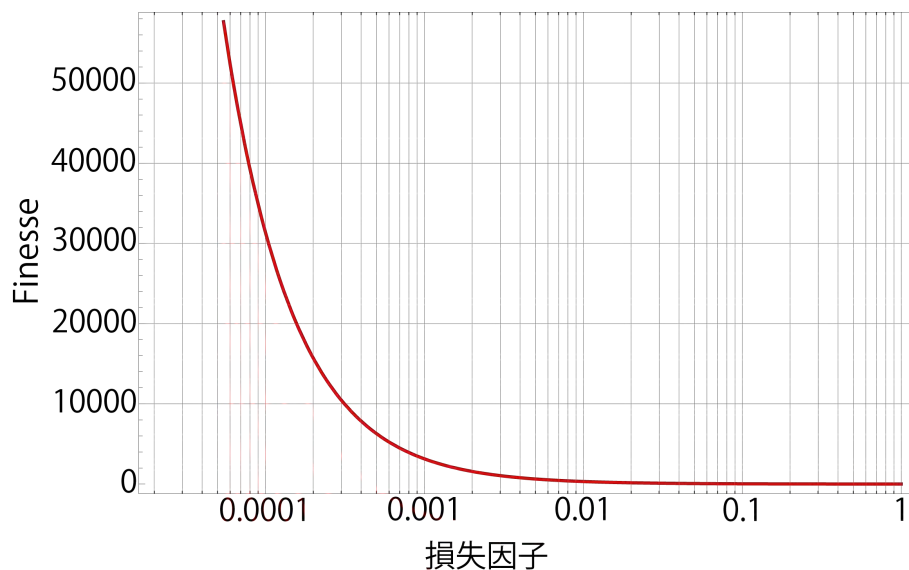


図 4.5 Finesse \mathcal{F} と損失因子 $\alpha_r d$ の関係

横軸を損失因子 $\alpha_r d$ 縦軸を Finesse \mathcal{F} としてプロットしたグラフを図 4.5 に示す。

このグラフを見ても分かるように、損失因子の増加とともに Finesse は減少していく。本研究で用いている共振器の Finesse は非常に高いので損失因子は非常に小さいと考えて良い、したがって、 $|\alpha_r d| \ll 1$ とするのは妥当であり、その結果として Finesse \mathcal{F} は、 $\exp(-\alpha_r d) \cong 1 - \alpha_r d$ を用いて、さらに近似できる：

$$\mathcal{F} \cong \frac{\pi}{\alpha_r d}. \quad (4.14)$$

共振器の FSR は次の式から求めることができた：

$$\text{FSR} = \frac{c}{2nd}. \quad (4.15)$$

本研究では、共振器は真空下に設置されているため、 $n = 1$ である。したがって、

$$\text{FSR} = \frac{c}{2d} \quad (4.16)$$

で計算することができる。

Finesse \mathcal{F} , FSR, 共振器の線幅 $\delta\nu$ との関係は、

$$\mathcal{F} = \frac{\text{FSR}}{\delta\nu} \quad (4.17)$$

*3 ミラーは高反射率なので、 $R_i \cong 1$ であるため、 $1 - R_i \ll 1$ が成り立つ。ここでは、一般に $|\Delta| \ll 1$ に対して $\ln(1 - \Delta) \cong -\Delta$ と近似できることを用いている。

のように定義されていた。(4.14) 式と (4.16) 式を定義式に代入することにより次の関係が得られる：

$$\delta\nu \cong \frac{c/2d}{\pi/\alpha_r d} = \frac{c\alpha_r}{2\pi} . \quad (4.18)$$

α_r は単位長さあたりの損失であるから、それに光速である c を掛けた $c\alpha_r$ は単位時間あたりの損失となる。固有な減衰時間を

$$\tau_p = \frac{1}{c\alpha_r} \quad (4.19)$$

とし、これを「光子寿命」とする。すると、共振器の寿命と共振器内の光子の寿命は次のような関係にあることが求められる：

$$\delta\nu = \frac{1}{2\pi\tau_p} . \quad (4.20)$$

この計算結果をもとにして、共振器内の光子の寿命から共振器の線幅を求め、既知である FSR を用いて Finesse を見積もる。

4.2.2 共振器の Finesse に関する実験結果及び考察

ECLD が ULE 共振器に共鳴している状態で、ECLD を突然切り、共振器の中に取り残された光子の寿命測定を行った。その結果を図 4.6 に示す。

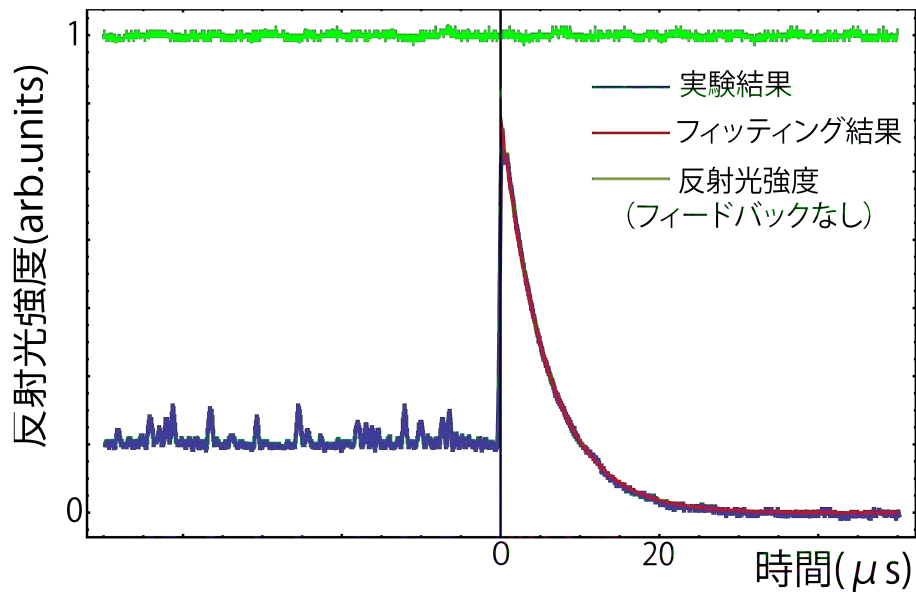


図 4.6 ULE 共振器の寿命

実験結果を $\exp(-t/\tau_p)$ でフィッティングしたところ, $\tau_p = 5.84 \times 10^{-6}$ sec であることが分かった. したがって, 共振器の線幅は 4.20 を用いて以下のように計算される:

$$\delta\nu = \frac{1}{2\pi\tau_p} \cong 27 \text{ kHz} . \quad (4.21)$$

本研究で用いた ULE 共振器の共振器長は $d = 100$ mm である. したがって, 用いた ULE 共振器の FSR は次のように計算できる:

$$\text{FSR} = \frac{c}{2d} \cong 1.5 \text{ GHz} \quad (4.22)$$

以上の結果をまとめると共振器の Finesse は,

$$\mathcal{F} = \frac{\text{FSR}}{\delta\nu} \cong 55000 \quad (4.23)$$

となる. つまり, 本研究で用いた ULE 共振器は十分に性能が出ていると結論づけることができる.

4.3 PDH 法による Error 信号

前節までに、電気的なフィードバックのリファレンスとなる ULE 共振器とは何かについて説明し、その性能を明らかにした。

フィードバックを行う際に Error 信号と呼ばれる信号が必要となる。本研究では、Error 信号を得るために”Pound-Drever-Hall 法”（以下、PDH 法と呼ぶ。）を用いた。以下では、この方法について数式を交えながら説明する。

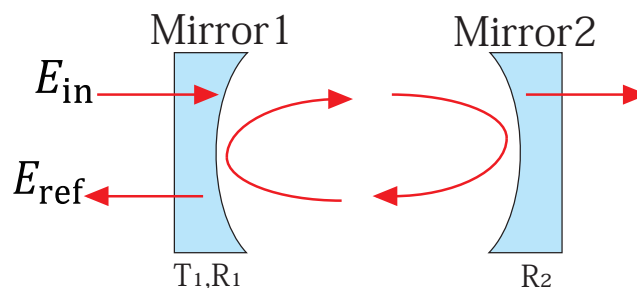


図 4.7 共振器

本研究で用いた ULE 共振器は非常に高い Finesse を有するため、共振器が共鳴していないとき、ほとんど全ての入射光が反射されることになる。一方、入射光が共振器の共鳴条件を満たしているとき、図 4.7 のミラー 1 によって反射された光と共振器内を往復してミラー 1 から透過してきた光が暗干渉を起こし、結果として反射光強度が下がることになる。つまり、反射光強度はレーザー光の周波数が共振器の共鳴周波数と一致するとき最小値をとる。しかし、我々がフォトディテクターを用いて測定できるのは反射光強度のみで

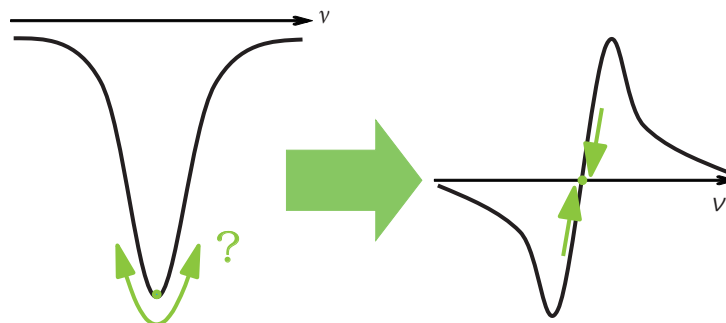


図 4.8 Error 信号

あり、それだけでは共鳴周波数の正負どちらにレーザー光の周波数がずれたのか知ることはできない。したがって、図 4.8 のように共鳴周波数前後で符号の異なる信号（Error 信

号) がフィードバックを行う上で必要となる。

まずは, 図 4.7 のような状況を考える, 各ミラーの反射率及び透過率を T_i, R_i として, 入射光 E_{in} と反射光 E_{ref} の関係を調べると次のようになる:

$$\begin{aligned} E_{ref} &= \sqrt{R_1} E_{in} + T_1 \left(-\sqrt{(1-L)R_2} \right) e^{-2i\delta_l} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\sqrt{(1-L)R_1 R_2} e^{-2i\delta_l} \right]^n E_{in} \\ &= \left[\sqrt{R_1} - \frac{T_1 \sqrt{(1-L)R_2} e^{-2i\delta_l}}{1 - \sqrt{(1-L)R_1 R_2} e^{-2i\delta_l}} \right] \\ &\equiv F(\omega) E_{in} . \end{aligned} \quad (4.24)$$

ただし, $F(\omega)$ は振幅反射係数, L は光が共振器内を一往復する際のロスであり, $\delta_l \equiv \omega l/c$ は共振器内の往復伝播の位相シフトを表す。

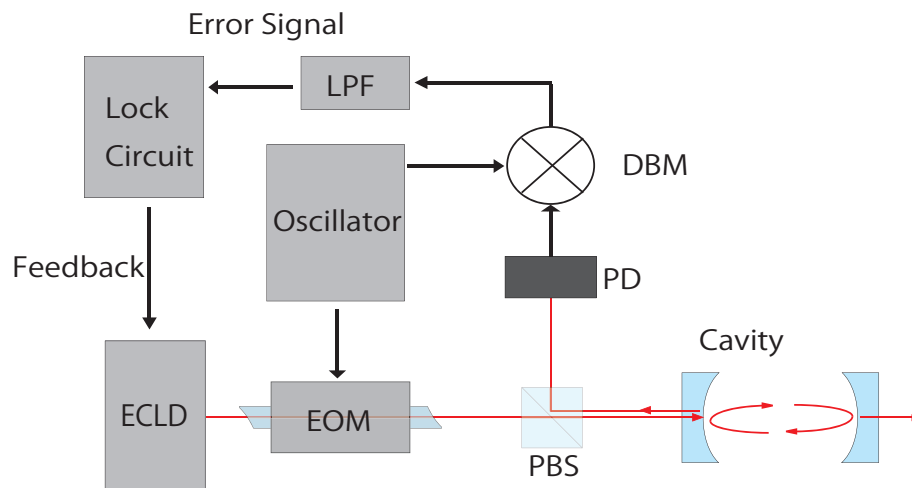


図 4.9 PDH 法のセットアップ

PDH 法を行う際の実験系は図 4.9 である。共振器へと入射するレーザーの角周波数を ω_0 として, 次のように表現する:

$$E_{in} = E_0 \exp(i\omega_0 t) . \quad (4.25)$$

発振器から角周波数 Ω の電圧を EO 変調器に印加することで, 入射するレーザー光に角周波数 Ω の位相変調をかけることができる。変調された入射光は次のようになる:

$$E_{in}^{mod} = E_0 \exp[i(\omega_0 t + \beta \sin \Omega t)] . \quad (4.26)$$

ただし, β は変調の強さを表す定数である, ここで, この定数 β が

$$\beta \ll 1 \quad (4.27)$$

であると仮定すると，変調された入射光は次のようになる：

$$\begin{aligned}
E_{\text{in}}^{\text{mod}} &= E_0 \exp(i\omega_0 t) \exp(i\beta\Omega t) \\
&\simeq E_0 \exp(i\omega_0 t) \{1 + \beta \sin \Omega t\} \\
&= E_0 \exp(i\omega_0 t) \left\{ 1 + \beta \frac{e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t}}{2i} \right\} \\
&= E_0 \exp(i\omega_0 t) + \frac{\beta}{2} E_0 \exp[i(\omega_0 + \Omega)t] - \frac{\beta}{2} E_0 \exp[i(\omega_0 - \Omega)t] . \quad (4.28)
\end{aligned}$$

ここで，レーザー光に変調をかけることにより元々の角周波数が ω_0 である入射光の他に，角周波数が $\omega \pm \Omega$ で振動するサイドバンドが付加されることが分かる．この光が共振器によって反射されると，(4.24) 式から具体的な表式は

$$E_{\text{ref}}^{\text{mod}} = E_0 \left[F(\omega_0) \exp(i\omega_0 t) + F(\omega_0 + \Omega) \frac{\beta}{2} \exp[i(\omega_0 + \Omega)t] - F(\omega_0 - \Omega) \frac{\beta}{2} \exp[i(\omega_0 - \Omega)t] \right] \quad (4.29)$$

のようになることが分かる．フォトディテクターではこの反射光の強度が測定されるから，フォトディテクターで得られる電圧は反射光強度に比例する：

$$\begin{aligned}
V_{\text{PD}} &\propto |E_{\text{ref}}^{\text{mod}}|^2 \\
&= \frac{\beta}{2} |E_0|^2 [F^*(\omega_0)F(\omega_0 + \Omega) - F^*(\omega_0 - \Omega)F(\omega_0)] e^{i\Omega t} \\
&\quad + \frac{\beta}{2} |E_0|^2 [F(\omega_0)F^*(\omega_0 + \Omega) - F(\omega_0 - \Omega)F^*(\omega_0)] e^{-i\Omega t} \\
&\quad + (\text{DC term}) + (2\Omega \text{ term}) \\
&= \beta |E_0|^2 \Re [\{ F^*(\omega_0)F(\omega_0 + \Omega) - F^*(\omega_0 - \Omega)F(\omega_0) \} e^{i\Omega t}] \\
&\quad + (\text{DC term}) + (2\Omega \text{ term}) . \quad (4.30)
\end{aligned}$$

ここで，このフォトディテクターで測定された信号と EO 変調器に印加している角周波数 Ω と同じ角周波数の電圧信号 $V_0 \cos(\Omega t + \theta_0)$ を DBM(Double Balanced Mixer) を用いて掛け合わせる．ただし， θ_0 は用いている同軸ケーブルの長さを変えることにより調整できる．両者の掛け算により DC term が生まれるので，それに注目して計算すると次のようになる：

$$\begin{aligned}
V_{\text{DBM}} &= V_{\text{PD}} \times V_0 \cos(\Omega t + \theta_0) \\
&\propto \Re [\{ F^*(\omega_0)F(\omega_0 + \Omega) - F^*(\omega_0 - \Omega)F(\omega_0) \} e^{i\Omega t}] \times \cos(\Omega t + \theta_0) \\
&\quad + (\text{AC term}) \\
&= \Re [\{ F^*(\omega_0)F(\omega_0 + \Omega) - F^*(\omega_0 - \Omega)F(\omega_0) \} e^{i\Omega t}] \times \frac{1}{2} \left(e^{i(\Omega t + \theta_0)} + e^{-i(\Omega t + \theta_0)} \right) \\
&\quad + (\text{AC term})
\end{aligned}$$

$$\propto \Re \left[\{F^*(\omega_0)F(\omega_0 + \Omega) - F^*(\omega_0 - \Omega)F(\omega_0)\} e^{-i\theta_0} \right] + (\text{AC term}) . \quad (4.31)$$

掛け合わせることで得られた信号 V_{DBM} をローパスフィルターに通すことにより AC term は消え, 結果として得られる Error 信号は

$$V_{\text{Error}} \propto \Re \left[\{F^*(\omega_0)F(\omega_0 + \Omega) - F^*(\omega_0 - \Omega)F(\omega_0)\} e^{-i\theta_0} \right] \quad (4.32)$$

となる. さらに, 変調周波数 Ω が十分に小さければ (4.32) 式は次のように書き換えることができる:

$$\begin{aligned} V_{\text{Error}} &\propto \Re \left[\{F^*(\omega_0)F(\omega_0 + \Omega) - F^*(\omega_0 - \Omega)F(\omega_0)\} e^{-i\theta_0} \right] \\ &= \Re \left[\left\{ F^*(\omega_0) \frac{F(\omega_0 + \Omega) - F(\omega_0)}{\Omega} + \frac{F^*(\omega_0) - F^*(\omega_0 - \Omega)}{\Omega} F(\omega_0) \right\} e^{-i\theta_0} \right] \Omega \\ &\simeq \Re \left[\left\{ F^*(\omega_0) \frac{dF(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} + \frac{dF^*(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} F(\omega_0) \right\} e^{-i\theta_0} \right] \Omega \\ &= \Omega \cos \theta_0 \frac{d|F(\omega)|^2}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} . \end{aligned} \quad (4.33)$$

以上が Error 信号に関する理論的な導出である. (4.33) 式を見ても分かるように, この方法により共振器からの反射光強度の周波数微分が得られる. また, EO 変調器に印加している角周波数 Ω と同じ角周波数 Ω の電圧信号の位相であった θ_0 を同軸ケーブルの長さを変えて調整することで, Error 信号を大きくしたり, Error 信号の Polarity を変えることができることも分かる.

なお, 図 4.10 と図 4.11 に, 本研究で PDH 法を用いることにより得られた ULE 共振器からの反射光強度とその Error 信号を載せておく.

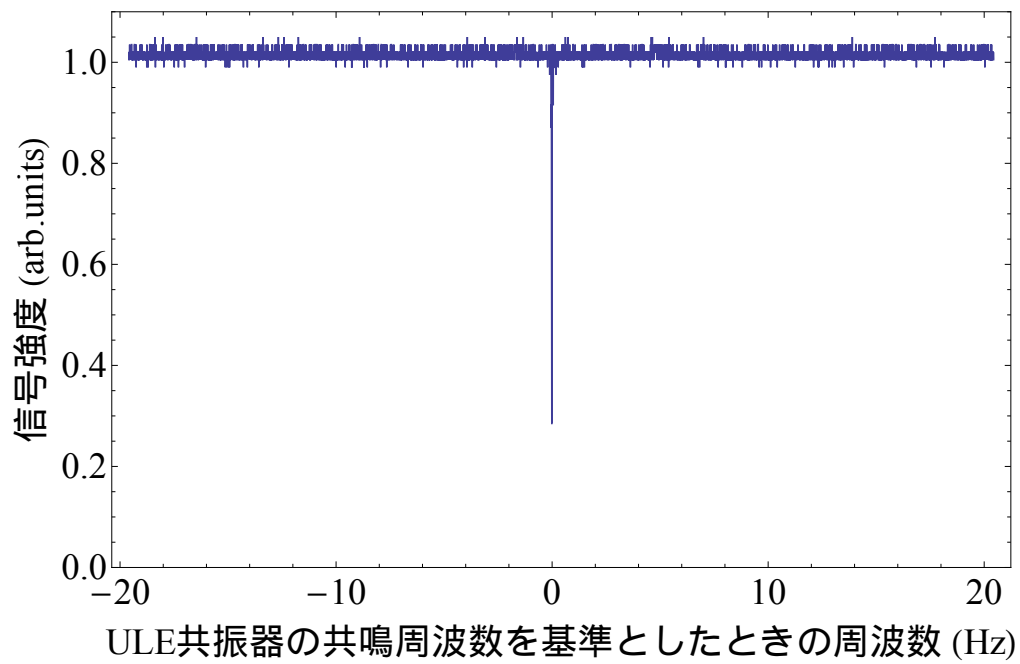


図 4.10 ULE 共振器からの反射光強度

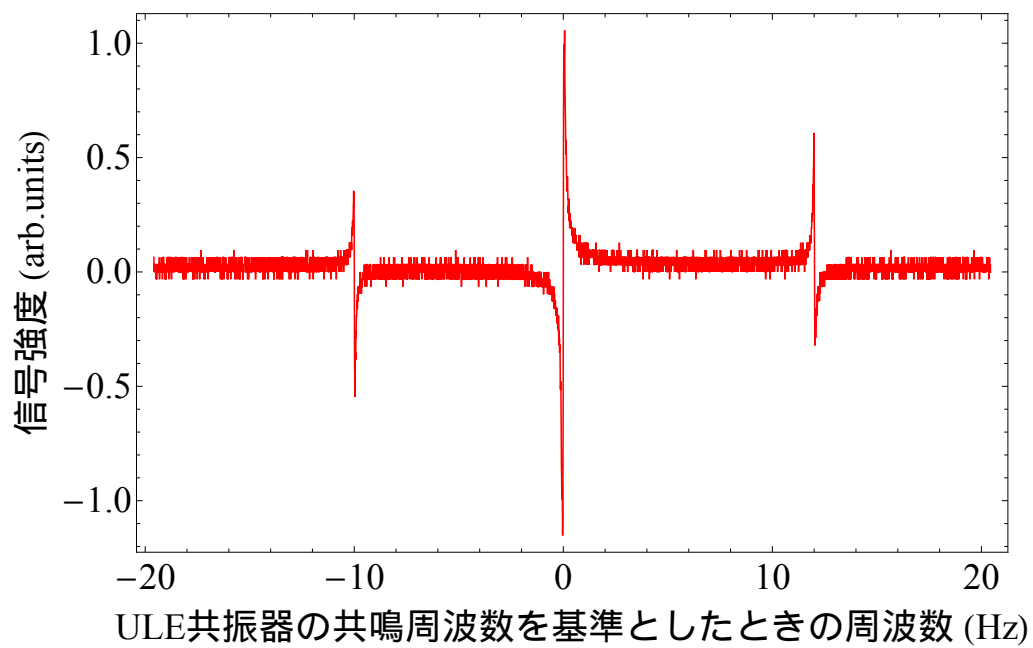


図 4.11 PDH 法による Error 信号

4.4 ロック回路について

前節では、フィードバックに必要な Error 信号の取得方法について説明した。この節では、この信号を利用して ECLD を ULE 共振器にロックするための自作回路についての簡単な説明を行う。

4.4.1 電流フィードバック回路

付録 D で説明した基礎事項をもとにして電流フィードバック回路の説明をしていく。まずは、電流フィードバック回路全体の概念図を図 4.12 に示す。

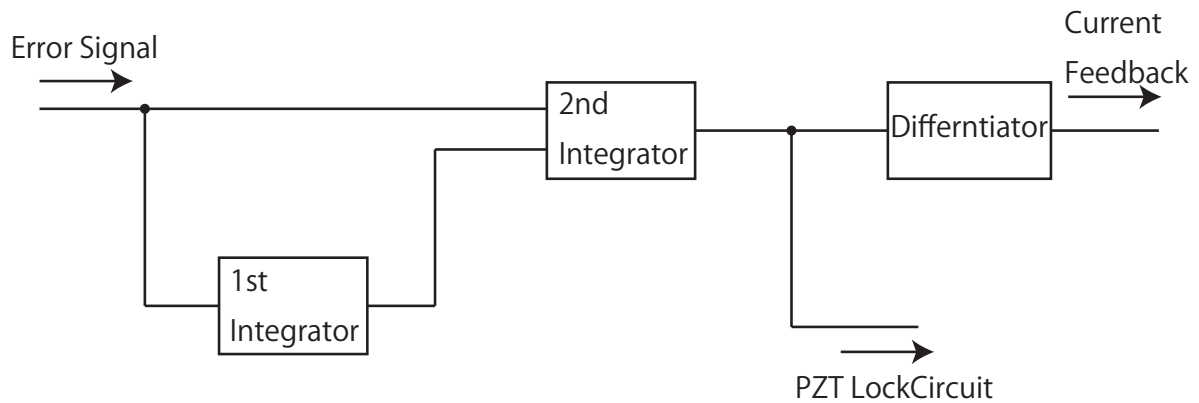


図 4.12 電流フィードバック回路の概念図

本研究で制作した電流フィードバック回路は主に「1st Integrator」, 「2nd Integrator」, 「Differntiator」の3つのパートに分類することができる。1st Integrator では、周波数の遅い成分に対して選択的に積分操作を行う。2nd Integrator では、積分制御に加え比例制御を行い、時定数により定められたある周波数より低い周波数成分に対しては主に積分操作を、高い周波数成分に対しては主に比例操作を行う。Differntiator でも、単なる微分操作ではなく、同時に比例操作も行う、時定数により決まるある周波数より低い周波数成分に対しては主に比例操作を行い、高い周波数に対しては主に微分操作を行っている。それでは、詳細に各部分についてみてみたいと思う。なお、以下の回路図では、電源やパソコン等は省略されている。

■1st Integrator

図 4.13 に電流フィードバック回路の 1st Integrator の部分を示す。

まずは、この回路を定性的に理解するための説明を行う。入力された Error 信号はローパスフィルターにより高周波数成分はカットされる。そして、ローパスフィルターを通っ

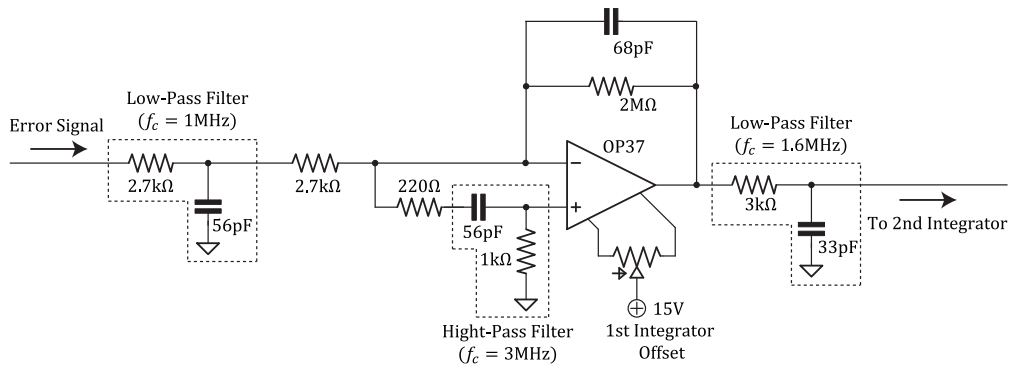


図 4.13 電流フィードバック回路:1st Integrator

た信号は2つのパスに分かれ、オペアンプの反転入力部に入る信号には何もせず、非反転入力部に入る信号はハイパスフィルターを通る。反転入力と非反転入力に入った信号は差をとって積分されるため、高周波数成分はキャンセルされ、結果として低周波数成分のみが積分され、出力される。さらに、出力された信号はローパスフィルターを通過し、2nd Integrator へと送られる。

次に定量的な議論に入りたいと思う。しかし、このままでは非常に複雑になるため図 4.14 のように簡略化して考える。

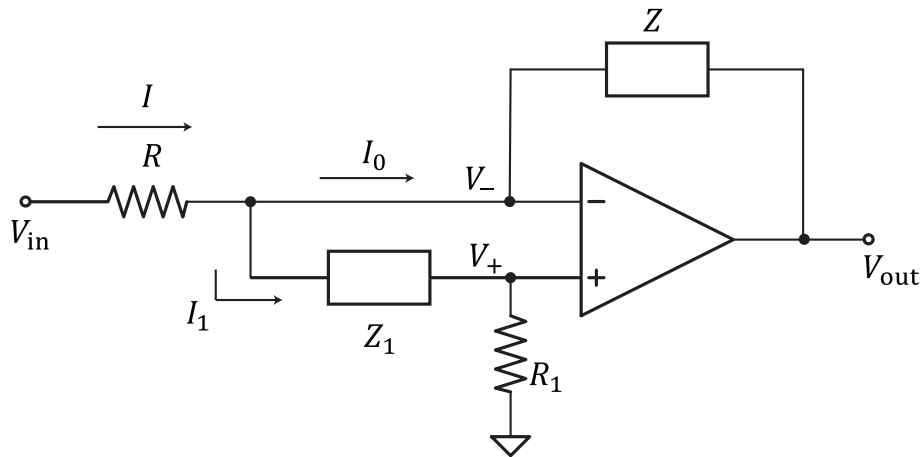


図 4.14 簡略化された 1st Integrator

Kirchhoff の法則を用いることで以下のような関係式が得られる：

$$V_{in} - V_- = IR, \quad V_- - V_{out} = I_0 Z, \quad V_- - V_+ = I_1 Z_1, \quad V_+ = I_1 R. \quad (4.34)$$

ただし、これらの記号は図 4.14 に記載されているものである。また、オペアンプの性質

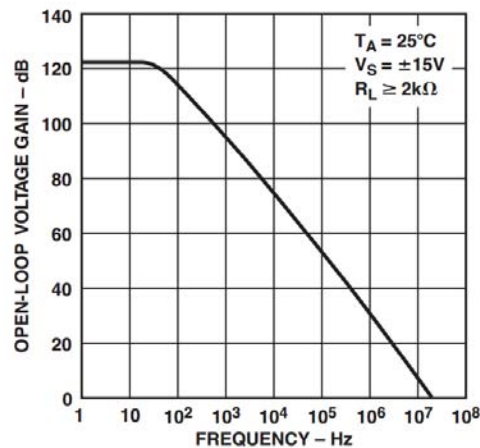
より

$$V_{\text{out}} = A(V_+ - V_-) \quad (4.35)$$

である。これらの関係式を用いて入力電圧 V_{in} と出力電圧 V_{out} の比を求めると次のようになる：

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = -\frac{1}{\frac{R+Z_1}{AZ_1} + \frac{R(R+Z_1)}{AZ_1Z} + \frac{R}{Z} + \frac{R}{AZ_1}} \quad (4.36)$$

オペアンプの増幅率 A というのは理想的であればどんな周波数に対しても無限大である。しかし、現実のオペアンプではそうではない。本研究で用いた OP37 のゲインの周波数依存性をメーカーのスペックシートより引用し、図 4.15 に載せた。



TPC 16. Open-Loop Gain vs. Frequency

図 4.15 OP37 におけるゲインの周波数依存性

すなわち、低周波数では $|A| \gg 1$ であるが、高周波数ではもはやそうではない。また、簡略化のために一つにまとめたインピーダンス Z_1 は具体的に書くと $Z_1 = R + 1/sC$ である。つまり、低周波数では、コンデンサーの影響により大きな値となることが分かる。以上を考慮すると低周波数において (4.36) 式は、

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = -\frac{Z}{R} \quad (4.37)$$

となる。これは、基礎事項のときにも説明したように、積分操作を表している。依然とし高周波数成分に関しては不明瞭であるが、解析的に行うのはこれが限界である。そこで、LTspice を用いてシミュレーションを行った。開ループ伝達関数のゲイン特性について得られた結果を図 4.16 に示す。なおシミュレーションは、振幅が 1V である AC 電源からの正弦波に対する周波数特性を調べ、それを dB(デシベル) 表示したものである。

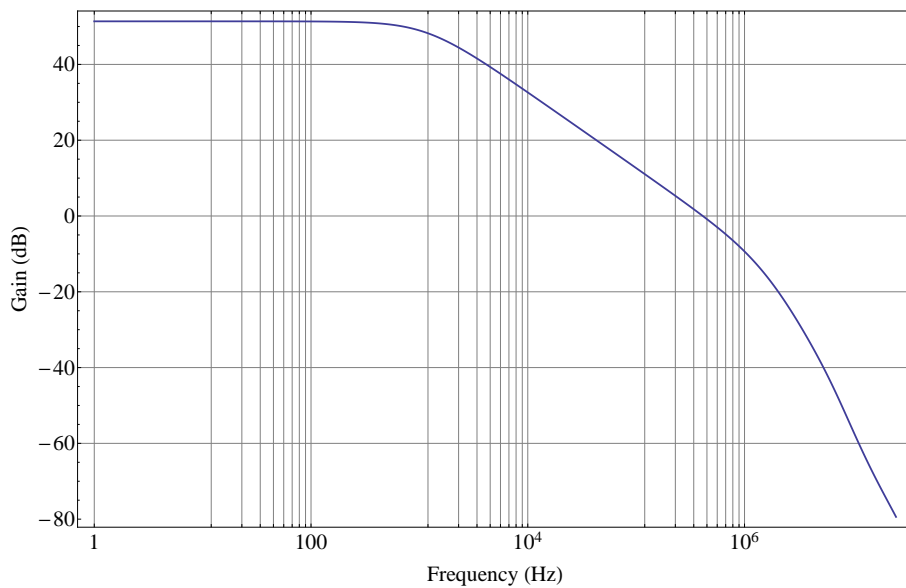


図 4.16 1st Integrator のゲイン特性

積分を表す伝達関数が s^{-1} を含んでいることから、ゲイン特性は傾きが負の直線になることも理解できる。

■2nd Integrator

図 4.17 に電流フィードバック回路の 2nd Integrator の部分を示す。

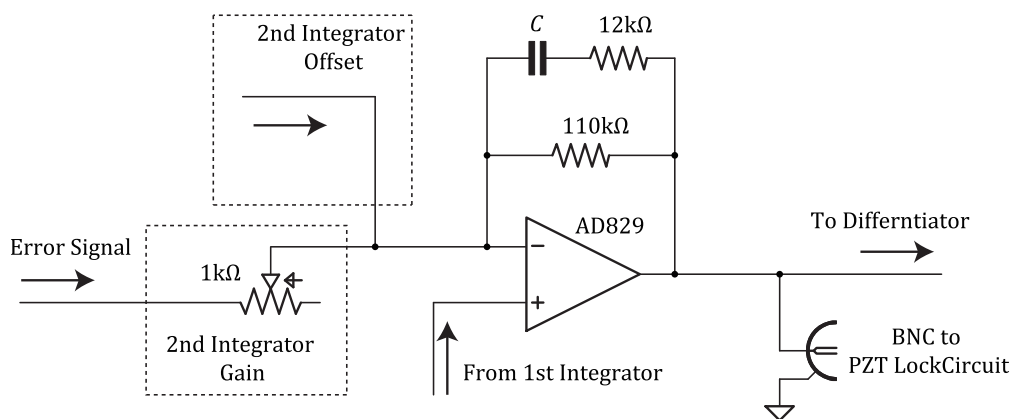


図 4.17 電流フィードバック回路:2nd Integrator

2nd Integrator で用いたオペアンプは、AD829 である。オペアンプの非反転入力部には、1st Integrator ですでに積分された信号を入れている。一方、非反転入力部には、Error 信号を入れる。1kΩ の可変抵抗を用いてゲインを調整したり、図の左上のようにオ

フセットをつけたりできるようになっている。定量的な議論を行うに当たり，必要などころのみを抜粋した図 4.18 を用いることにする。ただし，コンデンサーに並列につながれている $110\text{k}\Omega$ の抵抗は基礎事項においても説明したように発散防止のために入れられているため今回の説明では省略することにする。

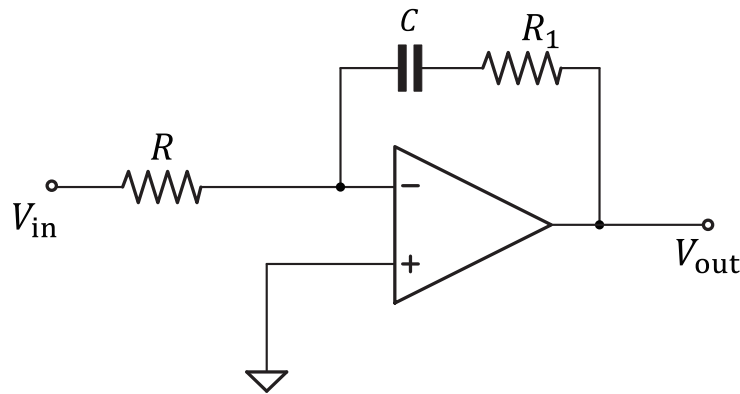


図 4.18 2nd Integrator 回路の一部抜粋

この系の伝達関数は

$$Z_f = R_1 + \frac{1}{sC} \quad (4.38)$$

より，(D.12) 式を用いて次のように計算することができる：

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = -\frac{R_1}{R} - \frac{1}{sRC} \quad (4.39)$$

すなわち，右辺第一項は比例操作を表し，右辺第二項は積分操作を表している。積分と微分のどちらの操作が支配的になるのかを決める時定数は，伝達関数を $K_{\text{PI}}(s)$ とおいて

$$K_{\text{PI}}(s) = -\frac{R_1}{R} \left(1 + \frac{1}{sR_1C} \right) \equiv K_{\text{P}} \left(1 + \frac{1}{sT_{\text{I}}} \right) \quad (4.40)$$

より， $T_{\text{I}} = R_1C$ と求まる。つまり，角周波数が $1/T_{\text{I}}$ よりも小さな範囲では積分操作が支配的となり，角周波数が $1/T_{\text{I}}$ よりも大きな範囲では比例操作が支配的になるということである。実際に，AD829 の非反転増幅をグランドとしたときに，コンデンサー C の値を 1p , 10p , 100p と変化させてゲイン特性をシミュレーションしたグラフを図 4.19 に示す。コンデンサーの容量が大きくなるにしたがって積分が効いてくる周波数が低くなっていることが見て取れる。そして，図 4.20 に 1st Integrator と 2nd Integrator を合わせたときのゲイン特性を示した。本研究では，コンデンサーの値は 10pF であったため，シミュレーションでもその値とした。

2つの積分回路を組み合わせることにより，広範囲に渡って積分操作が行われるようになっていくことが分かる。

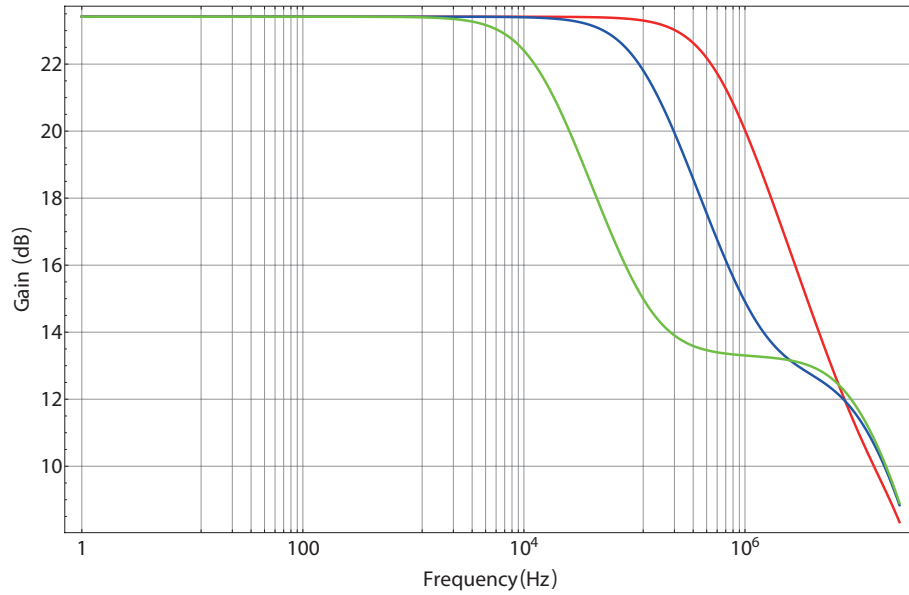


図 4.19 コンデンサーの値を変えて行ったシミュレーション (赤 : 1pF, 青 : 10pF, 緑:100pF)

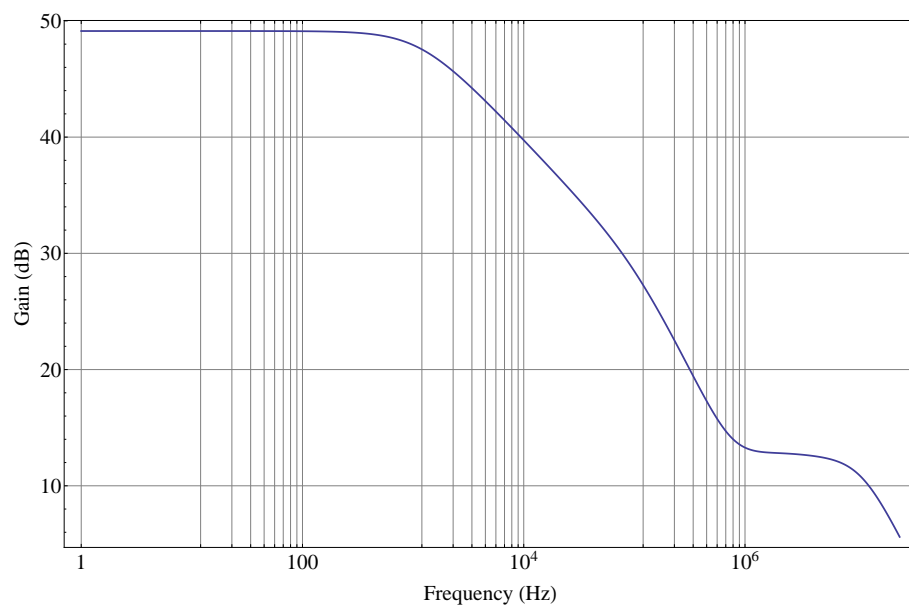


図 4.20 積分操作全体のゲイン特性

■ Differentiator

図 4.21 に電流フィードバック回路の Differentiator の部分を示す. この回路についての

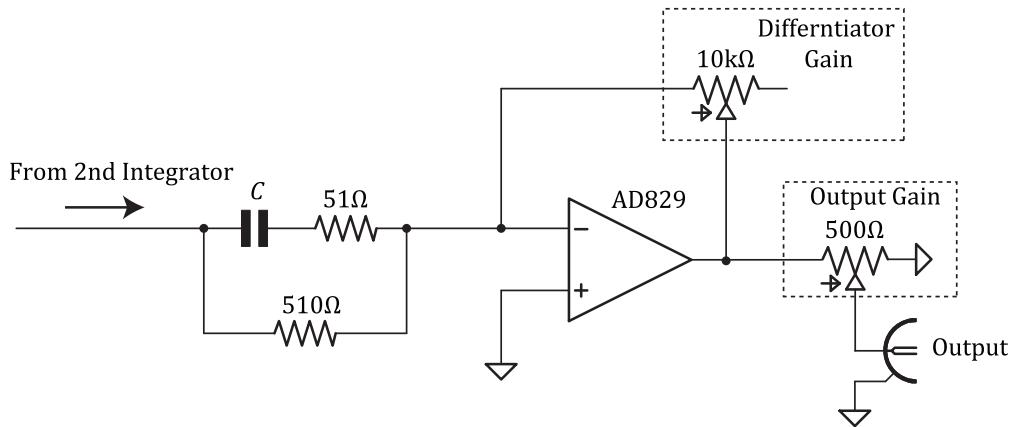


図 4.21 電流フィードバック回路: Differentiator

定量的な説明を行うに当たり, 図 4.22 のように少し簡略化された回路を用いることとする. なお, 図 4.22 には図 4.21 におけるコンデンサーと直列に接続されている 51Ω の抵抗は書いていない. 理由は, 基礎事項でも説明したように, この抵抗はゲインの発散防止のために入れているだけで, 回路の本質ではないからである.

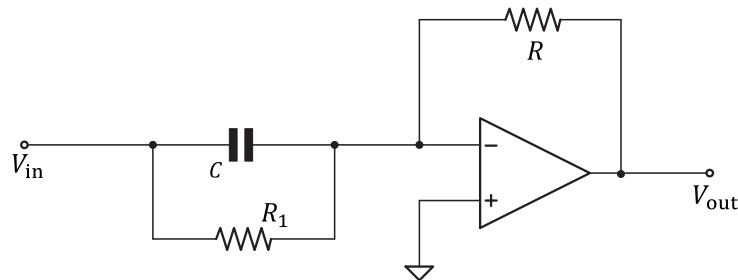


図 4.22 簡略化された Differentiator

例によってこの系の伝達関数を求めると次のようになる:

$$\begin{aligned} \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} &= -R \left(sC + \frac{1}{R_1} \right) \\ &= -sRC - \frac{R}{R_1} . \end{aligned} \quad (4.41)$$

右辺第一項が微分操作に対応して, 右辺第二項が比例操作に対応していることが分かる. ここで, 伝達関数を $K_{\text{PD}}(s)$ とおき, さらに変形する:

$$K_{\text{PD}}(s) = -\frac{R}{R_1} (1 + sR_1C) \equiv K_{\text{P}} (1 + sT_{\text{D}}) . \quad (4.42)$$

すなわち，微分操作と比例操作のどちらが支配的になるのかを決める時定数は $T_D = R_1 C$ により計算される．つまり，角周波数が $1/T_D$ よりも低い成分に対しては主に比例操作を行い，角周波数が $1/T_D$ よりも高い成分に対しては微分操作を行うのである．

実際にコンデンサーの値を変えながらシミュレーションを行った結果を図 4.23 に示す．微分操作の伝達関数には s に比例した項が出てくる．つまり，ゲイン特性は傾きが正の直線となる．シミュレーションを見ても確かに直線となっていることが分かる．さらに，時定数がコンデンサーの値に比例することを考えると，コンデンサーの値が大きくなるにつれ比例操作が行われる周波数が大きくなるが，まさしくシミュレーションもこれを表している．

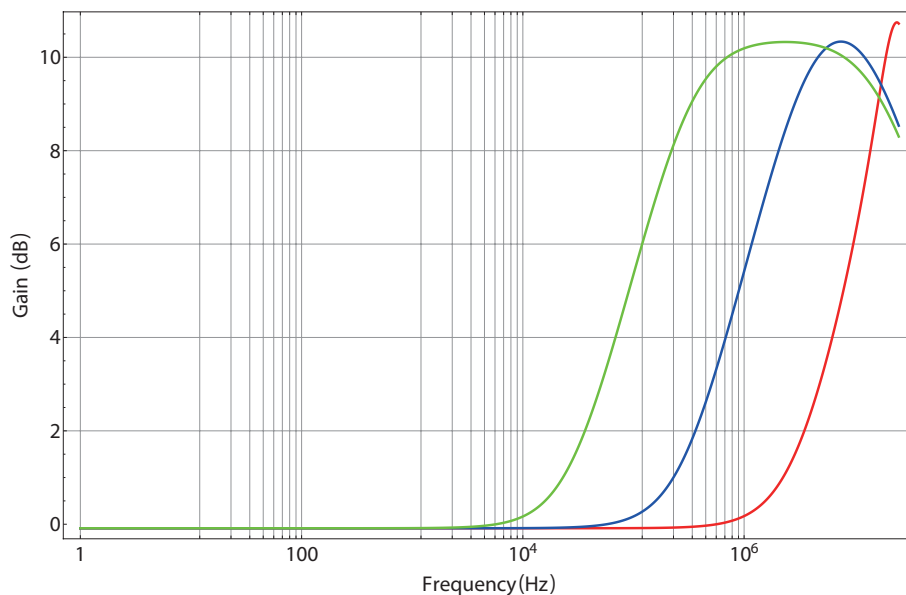


図 4.23 コンデンサーの値を変えて行ったシミュレーション（赤：100pF, 青：1nF, 緑：10nF）

最後に図 4.24 にロック回路全体のゲイン特性を示しておく．比較的低い周波数に対しては積分のゲインが高く，比較的高い周波数に関しては微分のゲインが高くなるが，数 MHz を超えたあたりでゲインは減少していく．

4.4.2 PZT フィードバック回路

電流フィードバック用回路に続いてここでは PZT フィードバック用回路についての説明を行う．図 4.25, 図 4.26 に PZT フィードバック用回路の回路図を示した．

PZT フィードバック用回路に入れる信号は 2nd Integrator で処理した後の Error 信号である．この信号にオフセットをオフセットをつけるための回路が Input Offset である．そして，OP27 というオペアンプを用いてこれらを加算し，Polarity を変えるための回路

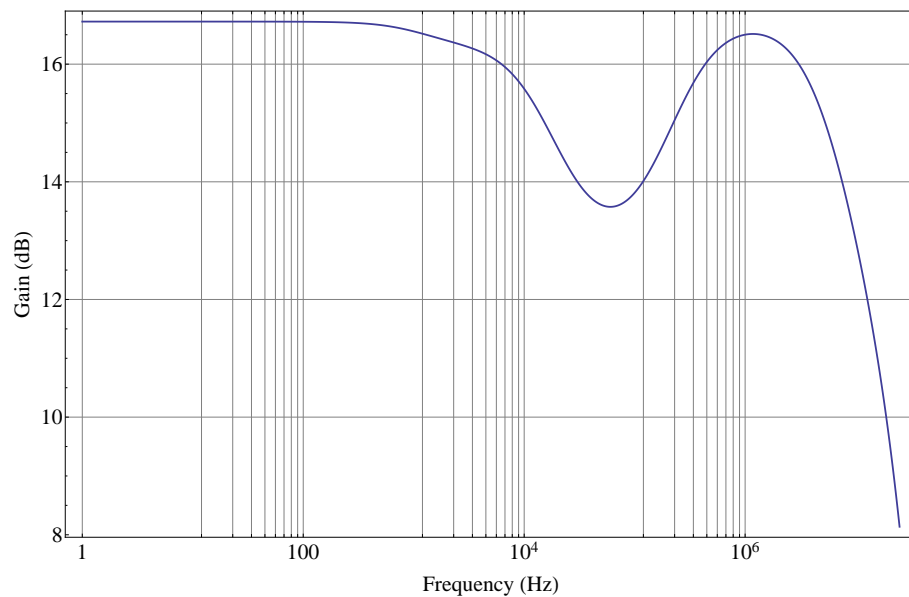


図 4.24 ロック回路全体のゲイン特性

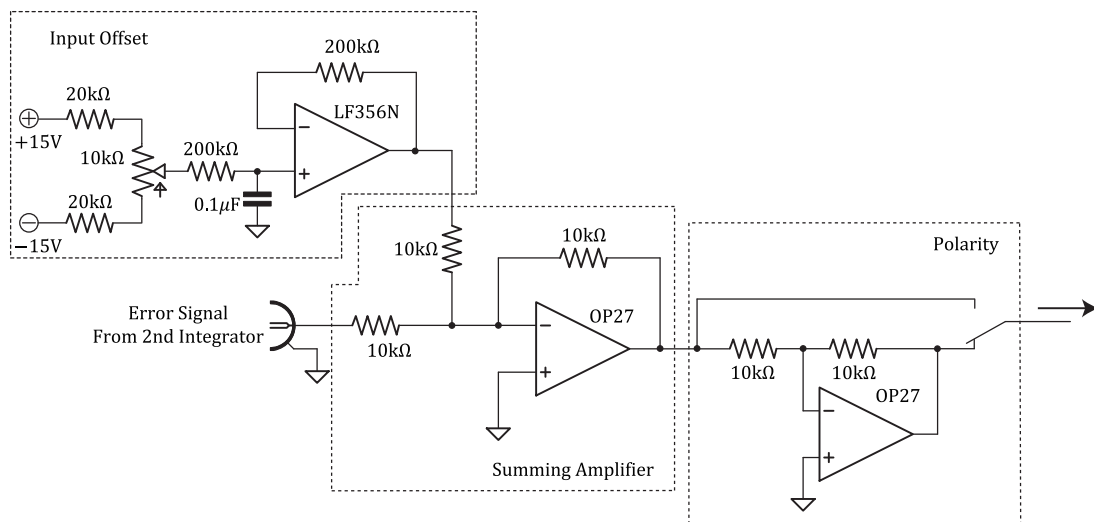


図 4.25 PZT フィードバック回路 (その1)

に入力される。信号の Polarity が異なると、本来ロックすべきところと逆方向にフィードバックされてしまうので注意が必要である。Polarity の調整が終わると信号は2つに分かれ、片方では信号に比例した信号を出力し、もう片方では信号を積分した結果を出力する。いわゆる PI 制御を行うのである。PI 制御を行った信号にオフセットを付けて加算して出力する。電流のときと異なり、用いた piezo 素子はそこまで速い応答はしないため、D 制御は行わない。

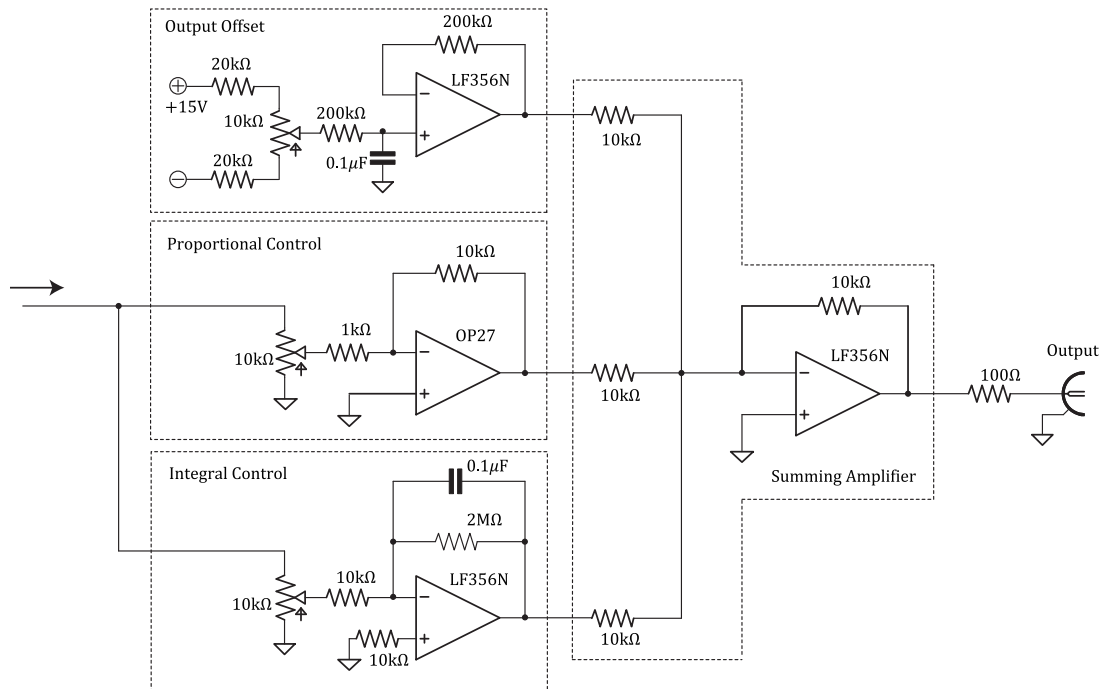


図 4.26 PZT フィードバック回路 (その 2)

4.5 ULE 共振器を用いた半導体レーザー安定化

前節までに説明した方法や回路を用いて、電気的なフィードバックを施すことにより、半導体レーザーの線幅狭窄化を行った。その結果を図 4.27 から図 4.30 に示す。

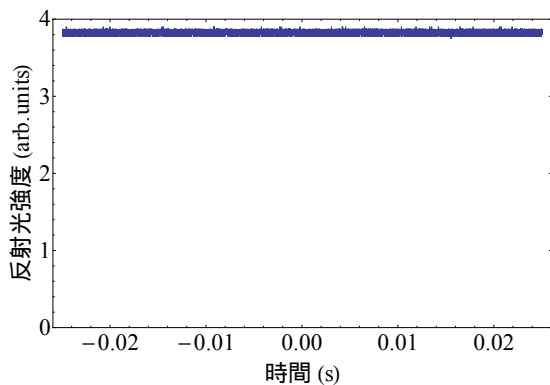


図 4.27 反射光強度

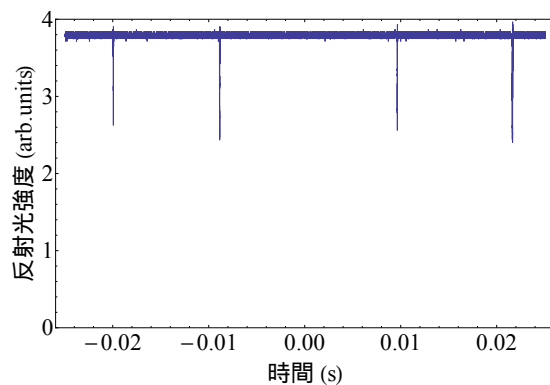


図 4.28 ピエゾ素子による周波数掃引

図 4.27 は、ECLD に何もフィードバックしていないときの ULE 共振器からの反射信号である。図 4.28 は、ECLD を構築している回折格子に接着された piezoelectric element に Ramp

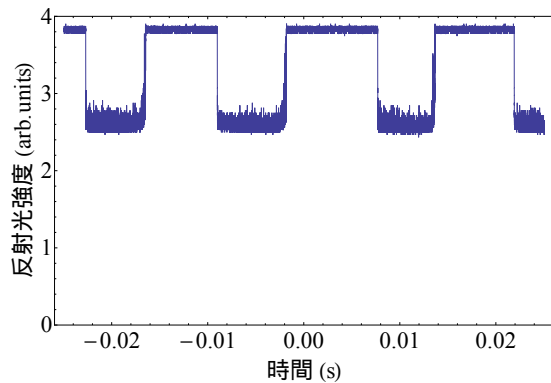


図 4.29 電流フィードバック

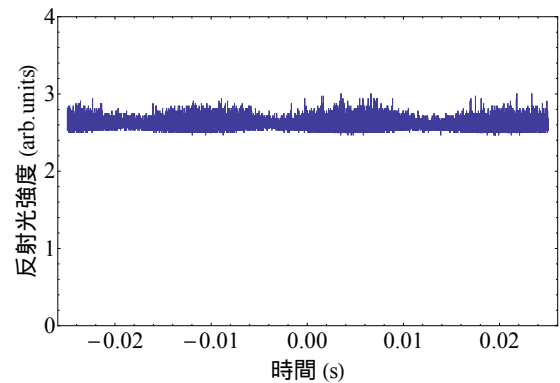


図 4.30 ピエゾ素子へのフィードバック

信号を印加することで、発振周波数を掃引したときの反射信号を表す．図 4.29 は、電流フィードバックを行った際の反射信号を表している．最後に piezoelectric 素子へのフィードバックを施すことで図 4.30 のように、反射光強度が下がり、ECLD からのレーザー光が常に共振器を透過するようになる．

リファレンスとして用いた ULE 共振器の線幅が、実測値で 27kHz であることから ECLD の線幅は非常に細くなっていることが期待される．そこで、自己遅延ヘテロダイン法による信号を測定してみた．実験結果を図 4.31 に示す．

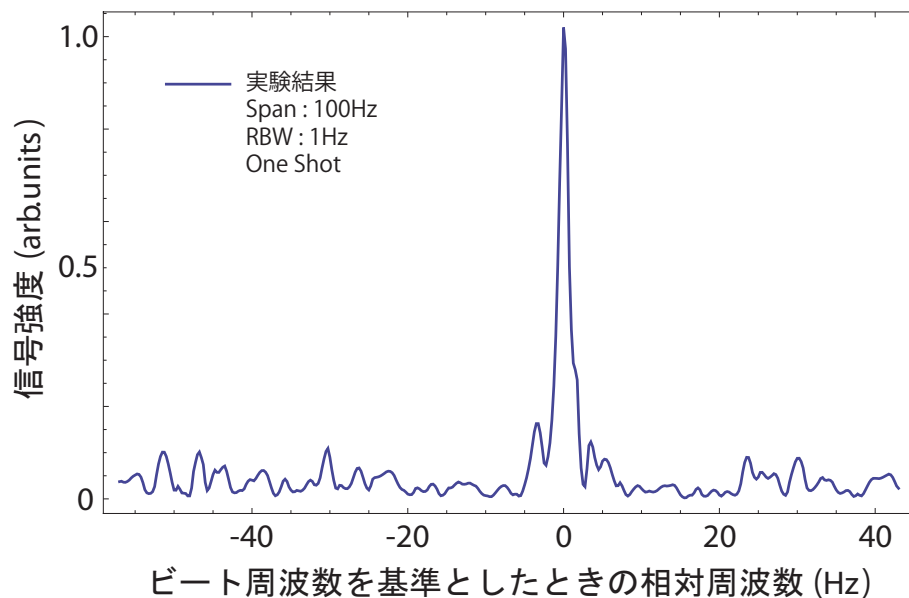


図 4.31 ULE 共振器への ECLD 安定化後の自己遅延ヘテロダイン法による信号

単純に考えるならば、得られた信号の FWHM が数 Hz 以下になっており、線幅が非常に狭窄化されたと思うかもしれない．しかし、実際はそうではない．自己遅延ヘテロダイ

ン法による理論分解能*4 δ は、次のように計算される：

$$\delta = \frac{0.75}{\pi \cdot t_d} . \quad (4.43)$$

本研究では、10km の遅延ファイバーを用いており、ファイバーの屈折率が 1.5 程度であることを考慮すると、遅延時間 t_d は

$$t_d = \frac{1.5 \times 10^4}{c} \cong 50 \mu\text{s} \quad (4.44)$$

となる。したがって、このファイバーを用いた自己遅延ヘテロダイン法によって測定することのできる線幅の限界値は、

$$\delta \cong 4.8 \text{ kHz} \quad (4.45)$$

となる。すなわち、本研究の系では、線幅が 4.8kHz 以下のレーザー光に対して自己遅延ヘテロダイン法による線幅の評価を行おうとすると、遅延時間が足らず、独立な光源からの光とみなすことができなくなるため、正確に線幅を評価することができないということである。しかし、実験結果から、線幅が 5kHz 以下であると言うことはできる。また、自分自身とのビートであるために、観測される信号はデルタ関数のようになることが期待でき、実際にそうなっていることが図 4.31 より読み取れる。

そこで、本研究では非常に線幅の細いレーザーの線幅を正確に評価するために、素性の似たもう一台の ECLD を準備して、同じ ULE 共振器により安定化を行い、これらの間のビートを測定することにより線幅の正確な評価を行った。

*4 位相雑音の相関が無視できなくなる周波数のこと

第 5 章

2 台のレーザーのビートを使った線幅測定

前章において、電流フィードバックを施すことで ECLD の線幅狭窄化に成功した。しかし、自己遅延ヘテロダイン法では用いた遅延ファイバーの長さが足りないため、正確に線幅を評価することができなかった。そこで本研究では、もう一台素性の似た ECLD を準備してこれらのビートを測定することにより、線幅の正確な評価を目指した。

本章では、まず素性の似た 2 台の独立なレーザー光によるビートが数学的にどのように表されるのかを示す。その後、本研究の光学系について説明し、ULE 共振器がいかに安定した状態にあるのかを述べる。最後に、実験結果を示し、それに対する考察を行う。

5.1 ビート信号と線幅の関係

ビートを観測するための系の概念図を図 5.1 に示した。図にある NPBS は、偏光状態に依存することなく 1 つのレーザー光を 2 つに分ける光学素子である。これにより、図の ECLD1 に関しては NPBS の反射を、ECLD2 に関しては NPBS の透過をそれぞれ同じファイバーにカップルさせ、フォトディテクターを用いて電気信号に変換し、スペクトラムアナライザーで周波数依存性を見ることによりビートの観測が可能となる。

以下では、自己遅延ヘテロダイン法の理論式を導いたときと同様、ECLD1 と ECLD2 の偏光は一致しているものとし、電場をベクトルではなくスカラーで扱うものとする。2

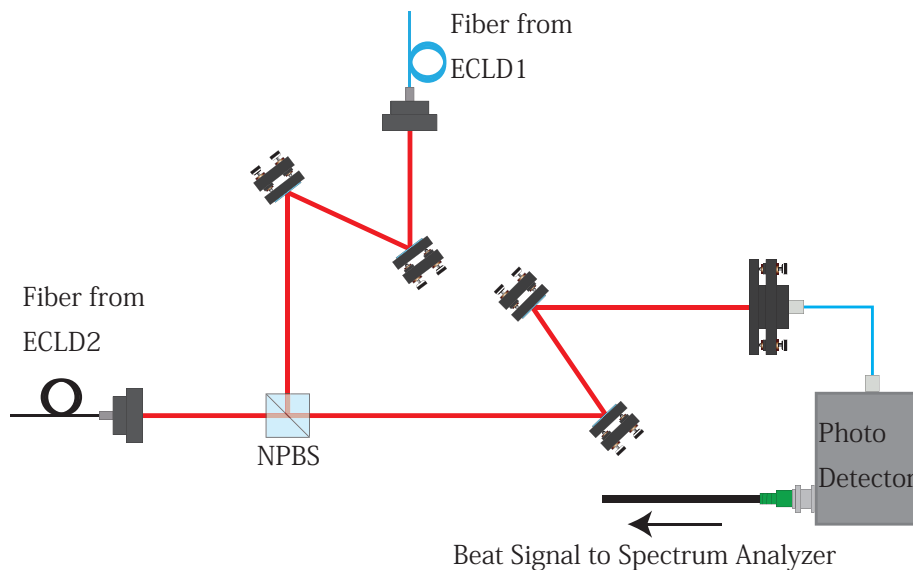


図 5.1 ビートを観測するための系の概念図

つの光の偏光が一致していないとき、ビートは観測されない*1.

2つのレーザー光の電場をそれぞれ次のように定義しよう.

$$E_1(t) = E_1 \cos[\omega_0 t + \phi_1(t)] \quad (5.1)$$

$$E_2(t) = E_2 \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \phi_2(t)] \quad (5.2)$$

と表現することにしよう. ただし, Ω はビート周波数であり, 正の実数であるとする. 光

*1 フォトディテクター直前におけるレーザー光の電場を次のように表現する:

$$\mathbf{E}_1(t) = \mathbf{e}_x E_{1x} \cos[\omega_1 t + \phi_{1x}(t)] + \mathbf{e}_y E_{1y} \cos[\omega_1 t + \phi_{1y}(t)]$$

$$\mathbf{E}_2(t) = \mathbf{e}_x E_{2x} \cos[\omega_2 t + \phi_{2x}(t)] + \mathbf{e}_y E_{2y} \cos[\omega_2 t + \phi_{2y}(t)]$$

ただし, $\phi_{i\alpha}(t)$ ($i = 1, 2, \alpha = x, y$) はレーザー i の α 成分の位相ゆらぎを示す. フォトディテクターではこれらの和の2乗に比例した信号が得られる. したがって,

$$\begin{aligned} V_{PD} &\propto |\mathbf{E}_1(t) + \mathbf{E}_2(t)|^2 \\ &= |(E_{1x} \cos[\omega_1 t + \phi_{1x}(t)] + E_{2x} \cos[\omega_2 t + \phi_{2x}(t)]) \mathbf{e}_x \\ &\quad + (E_{1y} \cos[\omega_1 t + \phi_{1y}(t)] + \mathbf{e}_y E_{2y} \cos[\omega_2 t + \phi_{2y}(t)]) \mathbf{e}_y|^2 \\ &= E_{1x} E_{2x} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \phi_{1x}(t) - \phi_{2x}(t)] + E_{1y} E_{2y} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \phi_{1y}(t) - \phi_{2y}(t)] \\ &\quad + (\text{DC term}) + (2\omega_1, 2\omega_2, \omega_1 + \omega_2 \text{ term}) \end{aligned}$$

となる. しかし, フォトディテクターの帯域を考慮すると, $(2\omega_1, 2\omega_2, \omega_1 + \omega_2 \text{ term})$ は観測されない. また, (DC term) も線幅を評価する際に用いることはできない. すなわち, 最後の式の第一項と第二項がビートを測定した際に効いてくる. 計算結果からも分かるように偏光が直交してはベクトルの内積がゼロになるため, ビートを観測することはできない. また, 各レーザー光に対する各偏光方向の位相揺らぎが完全に無相関であるとするならば, 観測されるビートは $\phi_{1\alpha}(t) - \phi_{2\alpha}(t)$ (ただし, $\alpha = x, y$) の位相揺らぎを持ち, これは各レーザー光の持つ位相揺らぎの和になっていると考えることができる.

強度に関する自己相関関数 (3.44) 式を求める手順と同様にして、次のように計算される：

$$\gamma(\tau) \propto \cos \Omega\tau \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_{c1}}\right) \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_{c2}}\right). \quad (5.3)$$

ただし、コヒーレンス時間 τ_{ci} ($i = 1, 2$) は次のように表される：

$$\langle E_i(t) \cdot E_i(t + \tau) \rangle \propto \langle \cos [\phi_i(t + \tau) - \phi_i(t)] \rangle \equiv \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_{ci}}\right). \quad (5.4)$$

あとは、Wiener-Khinchin の定理よりこの自己相関関数を Fourier 変換すればビート信号のパワースペクトルが求められる。実際に計算を行うと*2,

$$S(\omega) \propto \frac{\frac{1}{\tau_{c1}} + \frac{1}{\tau_{c2}}}{(\omega - \Omega)^2 + \left(\frac{1}{\tau_{c1}} + \frac{1}{\tau_{c2}}\right)^2} \quad (5.5)$$

レーザー光のスペクトル線幅は

$$B_{ci} = \frac{1}{\pi\tau_{ci}} \quad (i = 1, 2) \quad (5.6)$$

と表すことができるので、ビート信号のパワースペクトルは、

$$S(\omega) \propto \frac{(2\pi B_{c1} + 2\pi B_{c2})/2}{(\omega - \Omega)^2 + \{(2\pi B_{c1} + 2\pi B_{c2})/2\}^2} \quad (5.7)$$

となり、2本のレーザー光のスペクトル線幅の和を FWHM とした Lorentzian となることが分かる。

*2 この積分を行う際に、積分公式：

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} e^{-ibx} dx = \frac{a - ib}{a^2 + b^2} \quad (a > 0)$$

を用いる。

5.2 光学系について

今まで本研究の光学系については触れてこなかった。この節では、実際に組んだ光学系の説明を行う。

本研究では2台の ECLD を用いた。片方の ECLD は ULE 共振器にロックし、Yb 原子の有する超狭線幅光学遷移 ($^1S_0 \leftrightarrow ^3P_2$) 分光のために非線形結晶を用いて第二次高調波を発生させた [7]。この ECLD を今後「ECLD1」と表現する。もう片方の ECLD は ECLD1 とのビート信号を観測し、線幅を評価するために使用した。こちらのほうを今後は「ECLD2」と表現する。

以下で説明する光学系はすべて、Minus K Technology 社の受動防振台 (Minus-K) の上に置かれている。さらに、この Minus-K の全体を防音ボックスで囲うことで Minus-K 上に置かれた ECLD の発振周波数の安定化や真空チャンバーの中にある ULE 共振器の共鳴周波数を安定化を行っている。図 5.2 に本研究で用いた防音ボックスの様子を載せた。



図 5.2 Minus-K を囲っている防音ボックスの様子

このように、本研究で用いた ULE 共振器が非常に安定な状況にあることが分かるであろう。

5.2.1 ECLD1 から出射直後の系

まずは，ECLD1 から出射直後の系についての説明を行う．組んだ光学系は図 5.3 のようである．

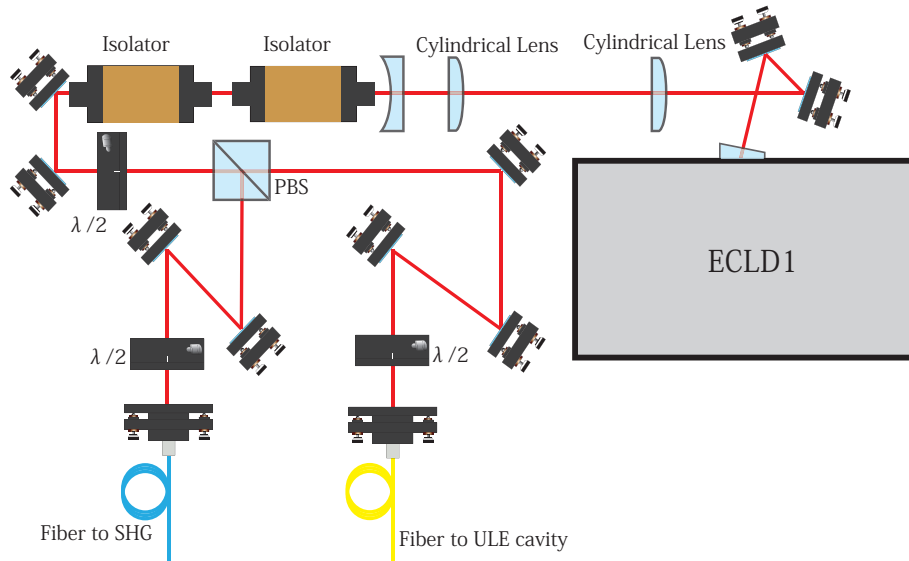


図 5.3 ECLD1 から出射直後の系

ECLD からの出射光は性質上楕円形をしている．そのため，シリンドリカルレンズを用いて長軸方向と短軸方向を各々の倍率でコリメートして，ビーム系が円形になるようにした．その後，戻り光を抑制するために出射光をアイソレータに通した．そして，PBS を用いて光のパスを 2 つに分割し，シングルモードファイバーを用いて，片方を非線形結晶に送り，もう片方を ULE 共振器に送った．

5.2.2 ECL1 の ULE 共振器カップルのための系

本研究では，PDH 法を用いて ULE 共振器にレーザー光をロックする際に PHOTLINE Technologies 社のファイバー一体型 EOM を用いた．外観は図 5.4 のようである．また，表 5.1 に主な特徴をまとめておく．

図 5.5 に ECLD1 を ULE 共振器にロックさせるための系の概念図を示した．ECLD からの光は，ファイバーと一体型の EOM を通り周波数変調が行われる．ファンクション・ジェネレーター（岩通計測株式会社，SG-4105）により生成した周波数 12MHz，電圧 2.60V の RF 信号を Directional Coupler (Mini-Circuits 社，ZDC-20-3) の Input に入れ，Output からの出力はフォトディテクターの AC 信号とミキシングするために用い，



図 5.4 ファイバー一体型 EOM の外見

	Value	単位
Maximum RF input power(CW mode)	+28	dBm
Maximum optical input power (CW mode)	+20	dBm
Operating temperature	0 to 70	℃
RF Road	10	kΩ

表 5.1 NIR-MPX-LN PHASE MODULATOR の特性 (抜粋)

Coupe からの信号をファイバー一体型 EOM に印加した。

ファイバーコリメーターを用いて ULE 共振器に合わせたビーム整形を行った。ファイバーからの出射光は PBS を透過し 2 枚のステアリングミラーにより ULE 共振器にカップルさせる。なお、ULE 共振器の前に $\lambda/4$ 板を入れることで ULE 共振器からの反射光は 2 回 $\lambda/4$ 板を透過し、偏光面が 90 度回転するので、次に PBS に入射するときには透過ではなく反射となる。

PDH 法により Error 信号を得る際には、フォトディテクターからの AC 信号と EOM に印加しているファンクション・ジェネレーターからの信号をミキシングする必要がある。本研究では Double Balanced Mixer(Mini-Circuits 社, MIXER ZAD-1H) を用いた。

なお、ECLD1 を ULE 共振器にロックする際に用いたロック回路は自作のものではなく、Vescent Photonics 社 D2-125-RC を用いている。表 5.2 に主な特性を示した。

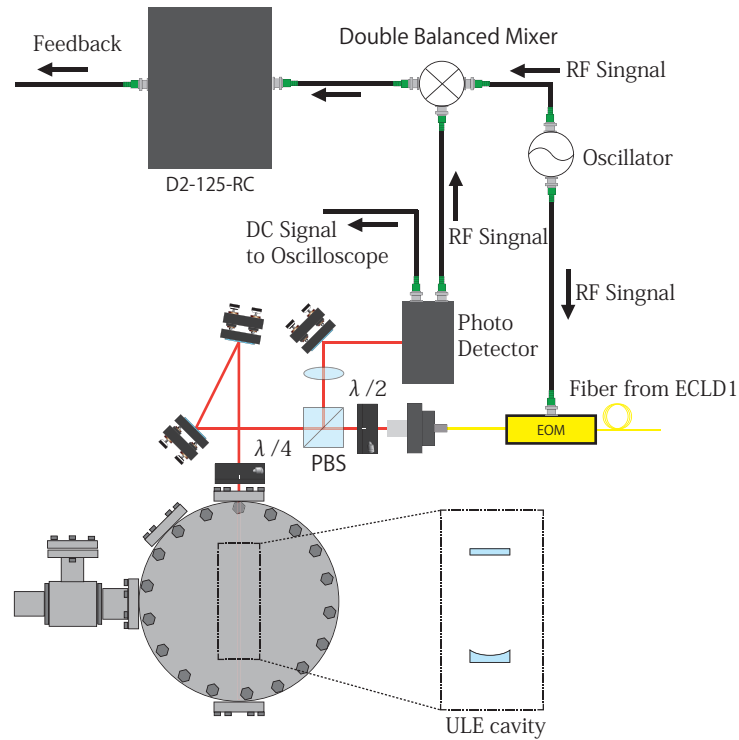


図 5.5 ECL1 の ULE 共振器カップルのための系

	Value
Bandwidth	> 10 MHz
Input Impedance	50 Ω
Input Voltage	± 0.5 V
Input Voltage Noise	< 5 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Output Voltage	± 10 V
Proportional Gain	-40 to +32 dB
Differential Gain	5 to 15 dB
PZT Output	Integral: 60 msec to 6 sec

表 5.2 D2-125-RC の特性表

5.2.3 ECLD2 の ULE 共振器カップルのための系

ECLD2 のために組んだ系を図 5.6 に示した.

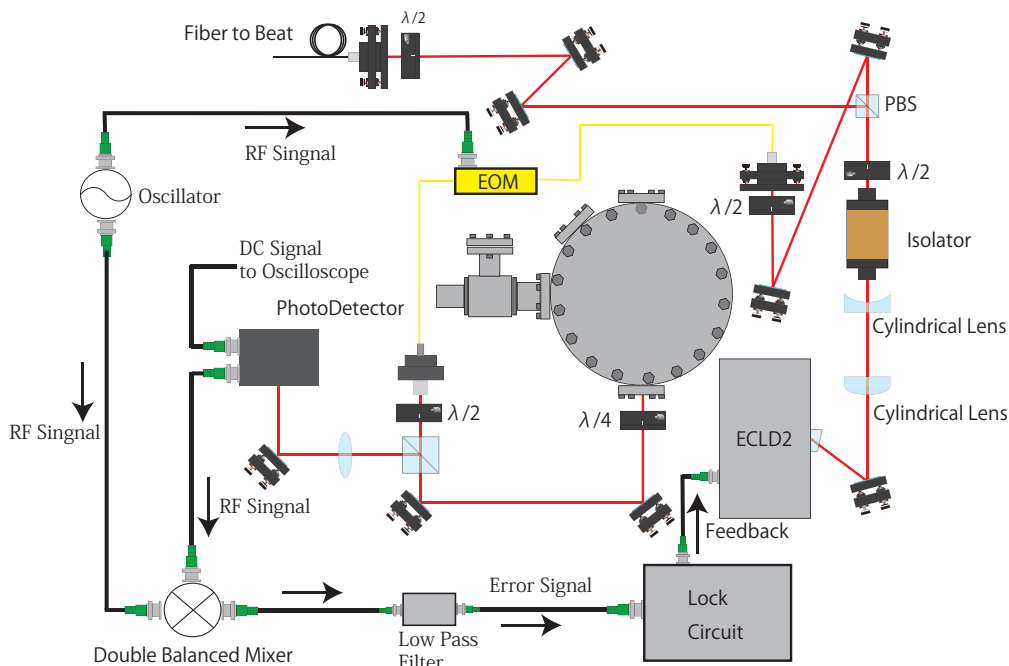


図 5.6 ECLD2 の ULE 共振器カップルのための系

ECLD1 のときと同様の理由でシリンダカルレンズ、アイソレータが用いられている。これらを透過したレーザー光は、PBS により 2 つのパスに分け、片方は ULE 共振器にカップルさせるために、ファイバー EO にカップルさせ、もう片方は、ファイバーにカップルして波長計で周波数を測定したり、ECLD1 とのビートをみるために用いた。

こちらの系もファイバー一体型の EOM を用いている。ECLD1 のときと同様に、ファンクション・ジェネレーター（岩通計測株式会社，SG-4105）により生成した周波数 10.000MHz、電圧 1.60V の RF 信号を Directional Coupler(Mini-Circuits 社，ZDC-20-3) の Input に入れ、Output を Double Balanced Mixer(Mini-Circuits 社，MIXER ZAD-1H) に、Couple からの信号を EOM に入れている。ここで、ECLD1 のほうに印加した RF 周波数は 12.000MHz であるのに対して ECLD2 のほうに印加した RF 信号の周波数は 10MHz と異なっている。これは、今回のように同じ共振器にロックしようとするとき、系の構成上、片方の ECLD からレーザー光がもう片方の系のフォトディテクターに入射するようになる、もちろん、ULE 共振器の前にある $\lambda/4$ 板による偏光面の回転をよく考えれば、ULE 共振器からの透過光が PBS を透過するようになるのだが、PBS の消光比レベルの微小な光は防げない。これがフォトディテクターに入りビートとして観測

されてしまうこととなる。

ECLD2 は自作のロック回路を用いて ULE 共振器にロックした。PDH 法を用いて Error 信号を得る際にはローパスフィルタが必要となる。そこで、本研究では 10MHz 付近に Notch^{*3}のついた特殊なローパスフィルタを制作した。EOM に印加している RF 信号の周波数が 10MHz であり、これにより 10MHz の強度ノイズがのるからである。図 5.7 に制作した Notch 付きローパスフィルタの回路図を示す。

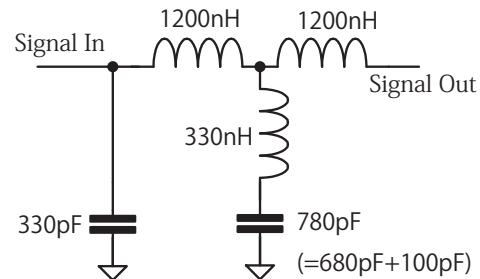


図 5.7 Notch 付きローパスフィルタの回路図

実際に設計した通りの性能が出ているかの実験を行った。行った実験は、シンセサイザーにより生成された $5V_{pp}$ の正弦波を Notch 付きローパスフィルタに入力し、フィルタから出力された信号をオシロスコープでどの程度振幅が減ったのかを測定するというものである。実験結果を縦軸をパワー (dB)、横軸をログスケールの周波数 (MHz) としてプロットしたグラフを図 5.8 に示した。なお、実験結果は青線であり、赤線は設計時に用いた LTspice によるシミュレーション結果を表す。グラフを見ても分かるように十分設計通りの性能が出ていると言える。

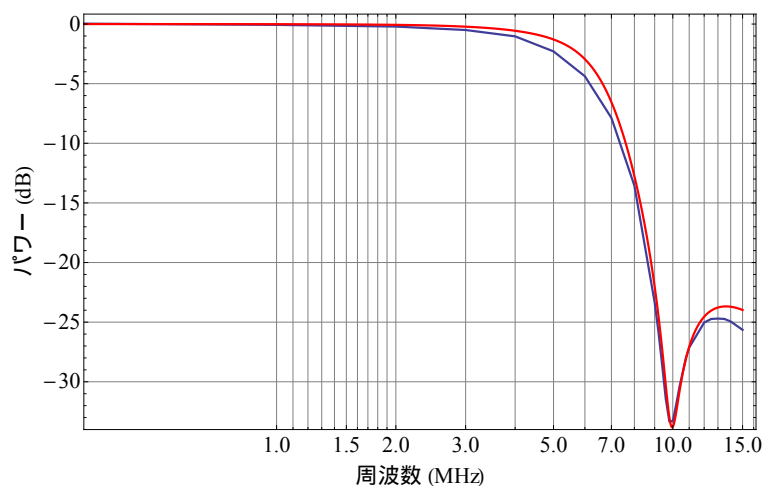


図 5.8 制作した Notch 付きローパスフィルタのゲイン特性（青線）及び LTspice IV によるシミュレーション（赤線）との比較

^{*3} V 字形の刻み目という意味である。

5.3 ビート信号による線幅の評価

自己遅延ヘテロダイン法では用いた遅延ファイバーの線幅が足らずに、正確な線幅の評価は行えない。そこで、本研究では正確な線幅を評価する方法として、素性の似た2台のECLDを準備してビートを測定することにした。

5.3.1 ビート信号観測のための実験系

ビート信号を観測するための実験系の概念図を図5.9に示した。実験原理においても説明したように、ビートを観測する際は2つのレーザー光の偏光が重要である。2つのレーザー光の偏光が直交しているとビートは観測されない。つまり、2つのレーザー光をミキシングする際にNPBSではなくPBSを用いてしまうと、片方は透過光、片方は反射光となり、偏光が直交してビートが観測されなくなるので注意が必要である。

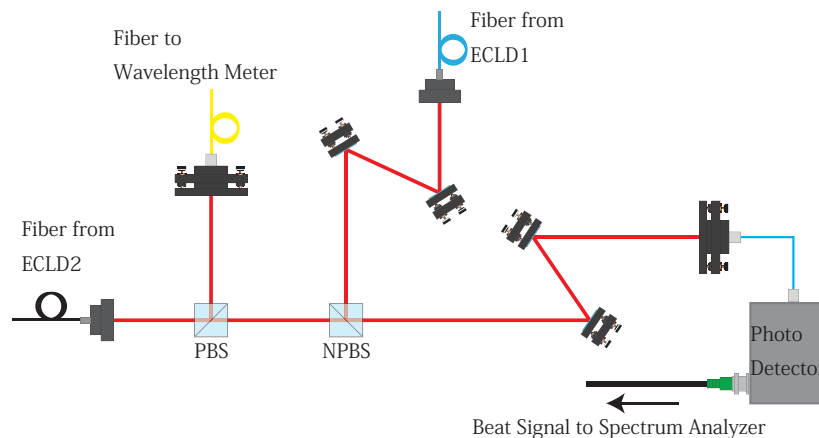


図 5.9 ビートを観測するための実験系

ECLD2からのレーザー光は、フォトディテクターに入る前に一度PBSを透過しているため、偏光は除振台に対して水平となっている。いくらNPBSを用いたとは言え、ECLD1がもともと除振台に対して垂直な偏光であったらビートを観測することはできない。本来であればECLD1からのレーザー光がNPBSに入射する前に $\lambda/2$ 板を置けば良いのだが、本研究では光学素子節約のために、あらかじめコリメーションパッケージを調整することで水平偏光を出して実験を行った。図5.10に実際の実験系の様子を示す。

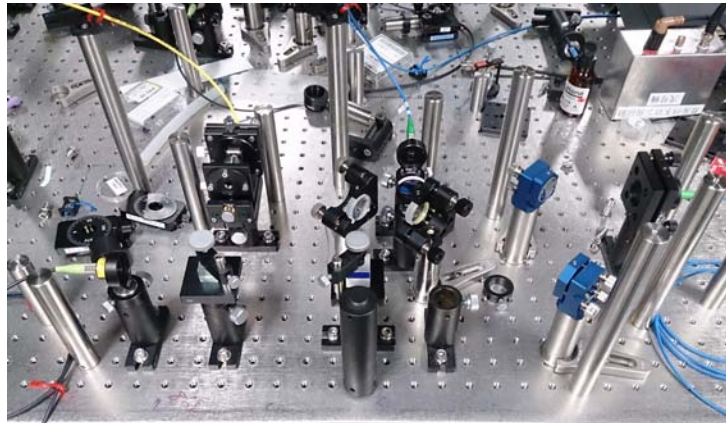


図 5.10 実際の系の様子

5.3.2 実験結果

得られた実験結果を図 5.11 に示す。青い線は実験結果を表し、赤い線はそれに対する理論フィッティングの結果を表す。測定状況は、Span が 2kHz, Resolution が 10Hz であり、測定は 5 回平均である。

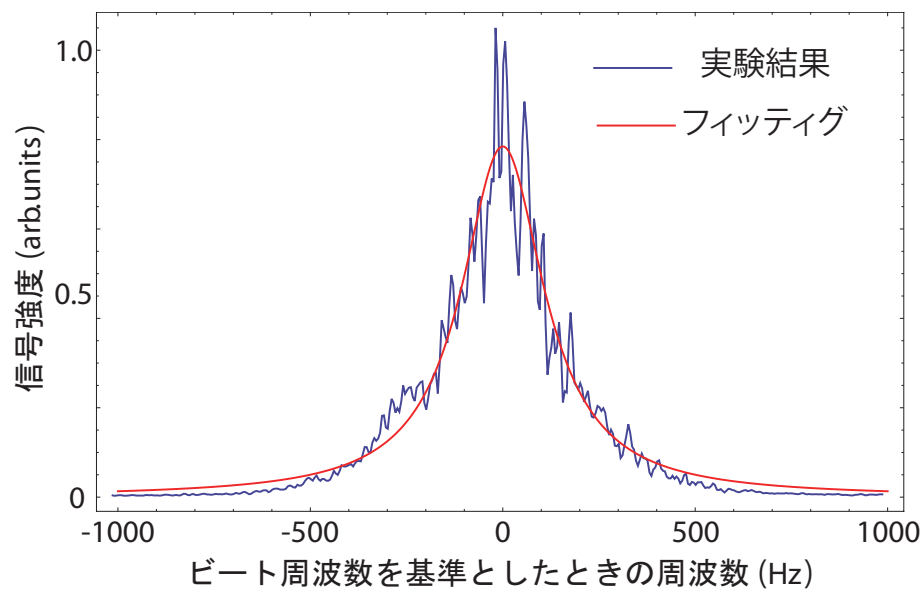


図 5.11 ULE 共振器への安定化を行った ECLD によるビート信号

得られたビート信号の FWHM は、Lorentzian フィッティングの結果によると、 261.3 ± 5.1 Hz である。したがって、2 台の線幅がともに等しいと仮定するならば、一台当たり 130 Hz であることが分かる。すなわち、本研究の目標としていた線幅以下になっている。

第6章

まとめと今後の展望

6.1 本論文のまとめ

本研究において行ったこと及び得られた成果は以下のとおりである。

- 波長 1014nm の外部型半導体レーザー (ECLD) を作製した。
- 共焦点型共振器を用いて、作製した ECLD のシングルモードで掃引可能な範囲を確認した。
- 自己遅延ヘテロダイン法を用いて、作製した ECLD の線幅を評価し、25kHz まで狭窄化されていることを確認した。
- ロック回路を自作して、ECLD の ULE 共振器への安定化を行った。
- 狭窄化のリファレンスとして用いた ULE 共振器の Finesse の評価し、55,000 という非常に高い値であることを確認した。
- 素性の似た 2 台の半導体レーザーのビートを取り、1 台当たりの線幅が 130Hz 程度であることを確認し、本論文の目標を達成した。

6.2 今後の展望

今後の展望は以下のとおりである。

- 本研究で作製した ECLD を用いて、Yb 原子の有する超狭線幅光学遷移 ($^1S_0 \leftrightarrow ^3P_2$) の分光を行う。
- 光格子にトラップされた Yb 原子の単一サイトアクセスを行う。

付録 A

ライトシフト

光によって原子がトラップできる理由を説明する．光と原子の間異に働く双極子相互作用を考えると，光によって原子のエネルギー準位が変化する．この現象は「Ligth Shift」と呼ばれる．光の強度によりエネルギー準位のシフト量が異なるため，光の離調をうまくとることにより，光の強度が最大となるところで原子のトラップが可能となる．

この双極子相互作用によるエネルギーシフトを考えるには，二次の摂動論を用いなければならない．摂動論の一般論から，相互作用 Hamiltonian を H_{int} とすると，ある準位 a のエネルギーシフト ΔE_a は次のように計算できる：

$$\Delta E_a = \sum_{b \neq a} \frac{|\langle b | H_{\text{int}} | a \rangle|^2}{E_a - E_b} . \quad (\text{A.1})$$

光と原子の相互作用 Hamiltonian を H_{int} とすると，これは双極子モーメント $\boldsymbol{\mu} = -e\mathbf{r}$ を用いて次のように書くことができる：

$$H_{\text{int}} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E} . \quad (\text{A.2})$$

第二量子化を行うと電場は次のようになる：

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = i\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}} [\hat{a}e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \hat{a}^\dagger e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}] \hat{\mathbf{e}} . \quad (\text{A.3})$$

ここで， ω は光の角周波数， \mathbf{k} は光の波数ベクトル， V は考えている領域の体積， $\hat{\mathbf{e}}$ は光の偏光方向を表す単位ベクトルである．また， \hat{a}, \hat{a}^\dagger はそれぞれ光子の生成・消滅演算子であり，光子の数が n であるような Fock 状態 $|n\rangle$ に作用させると

$$\hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle \quad (\text{A.4})$$

$$\hat{a}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle \quad (\text{A.5})$$

が成り立つ. (A.2) 式に (A.3) 式を代入することで,

$$H_{\text{int}} = -i\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}} [\hat{a}e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \hat{a}^\dagger e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}] \hat{\mathbf{e}} \cdot \boldsymbol{\mu} \quad (\text{A.6})$$

となる.

ここで, 原子の基底状態と励起状態をそれぞれ $|g\rangle, |e\rangle$ と表現し, この 2 順位間びエネルギー差が $E_e - E_g = \hbar\omega_0$ であるとする.

$$\begin{aligned} |\langle g, n | H_{\text{int}} | e, n' \rangle|^2 &= \frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V} |\hat{\mathbf{e}} \cdot \langle g | \boldsymbol{\mu} | e \rangle|^2 \left| \sqrt{n'} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \langle n | n' - 1 \rangle - \sqrt{n' + 1} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \langle n | n' + 1 \rangle \right|^2 \\ &= \frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V} |\hat{\mathbf{e}} \cdot \langle g | \boldsymbol{\mu} | e \rangle|^2 [n' \delta(n, n' - 1) + (n' + 1) \delta(n, n' + 1)] \quad (\text{A.7}) \end{aligned}$$

特に光子数が多い場合には

$$n \cong n + 1 \quad (\text{A.8})$$

としてよいので, 光との相互作用による原子のエネルギーシフトは,

$$\begin{aligned} \Delta E_{g,n} &= \sum_{e \neq g} \sum_{n'} \frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V} |\hat{\mathbf{e}} \cdot \langle g | \boldsymbol{\mu} | e \rangle|^2 \frac{n' \delta_{n,n'-1} + (n' + 1) \delta_{n,n'+1}}{E_{g,n} - E_{e,n'}} \\ &= \sum_{e \neq g} \frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V} |\hat{\mathbf{e}} \cdot \langle g | \boldsymbol{\mu} | e \rangle|^2 \left[\frac{1}{E_{g,n} - E_{e,n+1}} + \frac{1}{E_{g,n} - E_{e,n-1}} \right] \\ &= - \sum_{e \neq g} \frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V} |\hat{\mathbf{e}} \cdot \langle g | \boldsymbol{\mu} | e \rangle|^2 \left[\frac{1}{\hbar\omega_0 + \hbar\omega} + \frac{1}{\hbar\omega_0 - \hbar\omega} \right] \\ &= - \sum_{e \neq g} \frac{n\hbar\omega c}{V} \frac{1}{2\hbar\omega\epsilon_0 c} |\hat{\mathbf{e}} \cdot \langle g | \boldsymbol{\mu} | e \rangle|^2 \left[\frac{1}{\omega_0 + \omega} + \frac{1}{\omega_0 - \omega} \right] \quad (\text{A.9}) \end{aligned}$$

通常我々が用いる偏光は直線偏光であり, $\hat{\mathbf{e}} \cdot \langle g | \boldsymbol{\mu} | e \rangle$ はスカラーとみなせ次のように書くことにする:

$$\langle g | \boldsymbol{\mu} | e \rangle \equiv \hat{\mathbf{e}} \cdot \langle g | \boldsymbol{\mu} | e \rangle \quad (\text{A.10})$$

また, 自然幅 Γ , 単位面積当たりのレーザーパワー密度 $I(\mathbf{r})$, 飽和強度 I_{sat} は次のようである:

$$\Gamma = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar\omega_0^3} |\langle g | \boldsymbol{\mu} | e \rangle|^2, \quad (\text{A.11})$$

$$I(\mathbf{r}) = \frac{n\hbar\omega c}{V}, \quad (\text{A.12})$$

$$I_{\text{sat}} = \frac{2\pi\Gamma\hbar c}{3\lambda_0^3} = \frac{\hbar\Gamma\omega_0^3}{12\pi c^2}. \quad (\text{A.13})$$

ここで、 $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ は2準位間の共鳴波長である。また、飽和強度の物理的な解釈は、励起状態の占有率が $1/4$ ^{*1}となる共鳴レーザー光のパワー密度である。

これらを用いることにより、(A.9)式は

$$\Delta E_g(\mathbf{r}) = - \sum_{e \neq g} \frac{\hbar\Gamma^2}{8} \frac{I(\mathbf{r})}{I_{\text{sat}}} \left[\frac{1}{\omega_0 + \omega} + \frac{1}{\omega_0 - \omega} \right] \quad (\text{A.14})$$

となる。

この表式より、2準位系でなく遷移先が多数ある準位に関しても単に和をとればよいことが分かる。また、レーザー光の周波数が原子の共鳴周波数に対して大きいか小さいかにより、原子の感じる実効的なポテンシャルの符号が変化することが分かる。具体的には、 $\omega_0 < \omega$ のとき、これは青方離調 (blue detune) と呼ばれ、斥力ポテンシャルとなる。一方、 $\omega_0 > \omega$ のとき、これは赤方離調 (red detune) と呼ばれ、引力ポテンシャルとなる。

^{*1} 飽和時では、励起状態の占有率は $1/2$ である。

付録 B

一様媒質中でのレーザー光線の伝播

共振器の性質を理解する上で、現実のレーザー光線の伝播が数学的にどのように表されるのかということが重要になってくる。幾何光学においては、平行光は薄肉レンズを用いることで一点に収束させることができ、さらに、光の回折の効果は無視されていた。ここでは、これらの効果を考慮し、平面波ではなく現実のレーザー光線を記述する一様媒質中のガウシアンビームについて説明する。

一様媒質中の Maxwell 方程式を用いることで電場に対する次のような波動方程式が得られる：

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} = 0. \quad (\text{B.1})$$

ただし、 n は一様媒質中の屈折率、 c は真空中での光速である。ここで、電場 \mathbf{E} をスカラーとして扱うために電場の偏光状態を表す単位ベクトル \mathbf{e} を導入する。また、角周波数 ω である単色の電場を考えることにする。そうすることで、電場は $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}E(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$ と表すことができる。これを波動方程式に代入することにより Helmholtz 方程式：

$$\nabla^2 E(\mathbf{r}) + k^2 E(\mathbf{r}) = 0 \quad (\text{ただし}, k^2 = n^2 \omega^2 / c^2) \quad (\text{B.2})$$

が得られる。

レーザー光は非常に指向性の良いビームである。したがって、レーザー光は近軸^{*1}である。 z 方向に伝播する近軸光線に関して次のことが言える：

$$E(\mathbf{r}) = \mathcal{E}(\mathbf{r})e^{ikz}, \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} \ll k\mathcal{E}, \quad \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial z^2} \ll .k^2 \mathcal{E} \quad (\text{B.4})$$

^{*1} 光軸の周りを小さな角度で進む光は近軸光線と呼ばれる。また、波動はその波面の法線が近軸光線であれば、近軸であると呼ばれる。

(B.4) 式の近似は SVA 近似^{*2}と呼ばれ、横成分の z 方向への変化が十分に小さいとしたときの近似であり、これはビームの横方向の広がりがある程度大きい場合には妥当な近似である。この仮定のもとで Helmholtz 方程式を書き換えると次のようになる：

$$\nabla_{\text{T}}^2 \mathcal{E} + 2ik \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} = 0. \quad (\text{B.5})$$

ただし、 ∇_{T}^2 は横の Laplacian である：

$$\nabla_{\text{T}}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (\text{B.6})$$

(B.5) 式は近軸の Helmholtz 方程式と呼ばれ、次のような解を持つ：

$$E_{l,m}(x, y, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} H_l \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) H_m \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) \\ \times \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{w(z)} + ik \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} + ikz - i(l + m + 1)\eta(z) \right). \quad (\text{B.7})$$

ただし、 $H_l(x)$ は l 次の Hermite 多項式であり、各種パラメータは

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2}, \quad (\text{B.8})$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z} \right)^2 \right], \quad (\text{B.9})$$

$$\eta(z) = \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_0} \right). \quad (\text{B.10})$$

で与えられる。 $R(z)$ は波面の曲率半径として物理的解釈される。レイリー長 z_0 と w_0 は以下のように結び付けられている：

$$z_0 \equiv \frac{kw_0}{2} = \frac{\pi w_0^2 n}{\lambda}. \quad (\text{B.11})$$

n は仮定した一様媒質の屈折率である。これらの解は「エルミート-ガウシアンビーム」または、「TEM_{lm} モード (TEM : Transverse ElectroMagnetic) のガウシアンビーム」と呼ばれる。

特に、 $l = m = 0$ としたときの TEM₀₀ モードのガウシアンビーム：

$$E_{0,0}(x, y, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{w(z)} + ik \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} + ikz - i\eta(z) \right) \quad (\text{B.12})$$

^{*2} Slowly Varying Amplitude approximation の略

は基本ガウシアンビームと呼ばれる。基本ガウシアンモードは断面の強度分布がガウシアン型をしていて、非常に性質の良いビームとして重宝されている。基本ガウシアンビームにおいて、(B.8) 式で定義されている $w(z)$ は、ビームの半径の大きさを表す。

(B.7) 式で記述されるエルミート-ガウシアンビームは直交関数の完全系を構成し、これらは次の直交関係を満たす：

$$\iint E_{l,m}^*(x,y,z)E_{l',m'}(x,y,z)dx dy = \delta_{l,l'}\delta_{m,m'} . \quad (\text{B.13})$$

ただし、 $\delta_{i,j}$ は Kronecker のデルタであり、次のような関係を満たす：

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & (i = j) , \\ 0 & (i \neq j) . \end{cases} \quad (\text{B.14})$$

また、これらのエルミート-ガウシアンビームは任意の近軸光ビーム $E(x,y,z)$ を展開するための基底として用いられる：

$$E(x,y,z) = \sum_l \sum_m c_{lm} E_{l,m}(x,y,z) . \quad (\text{B.15})$$

ただし、 c_{lm} は直交関係を用いることで得られる展開係数である。

図 B.1 から図 B.6 に z 軸方向に進行し $z = 0$ でビームウエストとなるガウシアンビームの $z = 0$ なる x - y 平面での強度分布を示した。



図 B.1 TEM₀₀ のガウシアンビーム

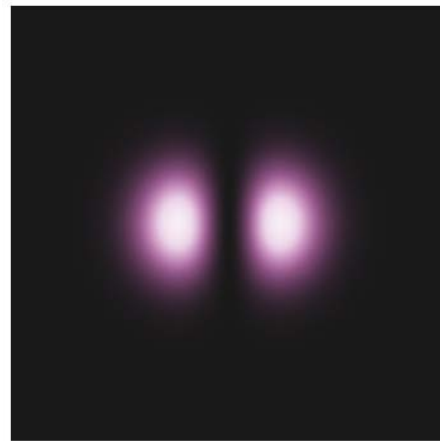
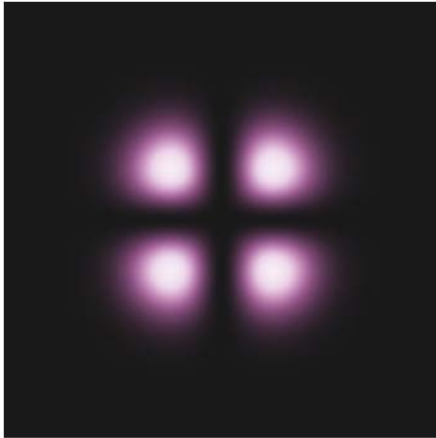
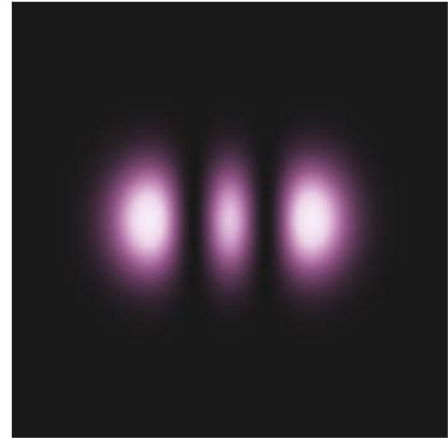
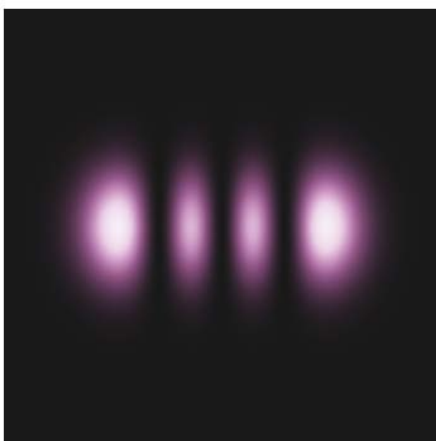
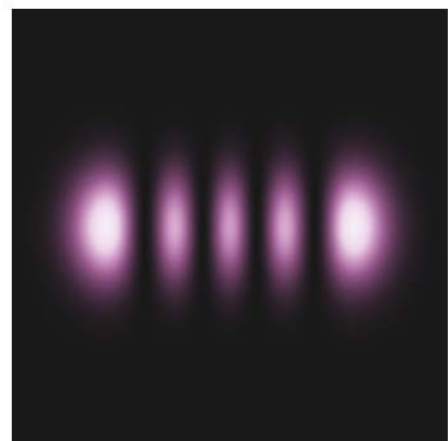


図 B.2 TEM₁₀ のガウシアンビーム

図 B.3 TEM₁₁ のガウシアンビーム図 B.4 TEM₂₀ のガウシアンビーム図 B.5 TEM₃₀ のガウシアンビーム図 B.6 TEM₄₀ のガウシアンビーム

付録 C

ECLD システムの構築

この章では，本研究で作製した ECLD の作製過程を，実際の写真を用いて説明する．

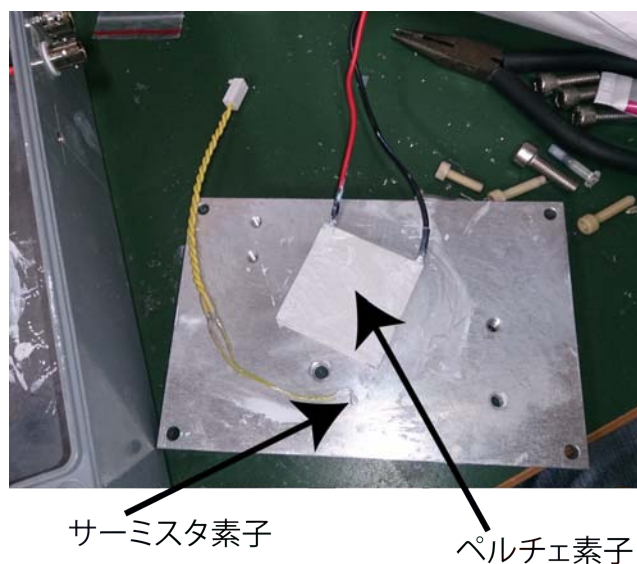


図 C.1 サーミスタ素子とペルチェ素子

図 C.1 に示したのがサーミスタ素子とペルチェ素子である．サーミスタ素子とは温度によって抵抗が大きく変化する素子であり，これにより抵抗値と温度を対応付けることができるために，温度を知るために用いられる．また，ペルチェ素子とは n 型半導体と p 型半導体を接続した素子であり，物理的な背景としてペルチェ効果がある．ペルチェ効果とは，電荷を担う担体の流れは，電荷とともに熱運動のエネルギーを運ぶという効果である．p 型半導体では担体は正孔であり，正孔と電流の向きの流れは同じ方向であるのに対して，n 型半導体の担体は電子であるので，電流の向きと逆方向に進む．つまり，n 型半導体から p 型半導体に電流を流すと接合部では吸熱が起こるのである．ペルチェ素子に

は向きがあり，温調したい方に排熱面が来ないように注意する必要がある。

図 C.2 に示したのが本研究で用いた ECLD を囲う外枠である．箱の下のアルミ板には除振台やロッド等と接続を可能とする M6 用の穴が空いている．箱の底面とアルミの板が接するところには熱伝導グリスを塗り，熱の通りをよくしている。

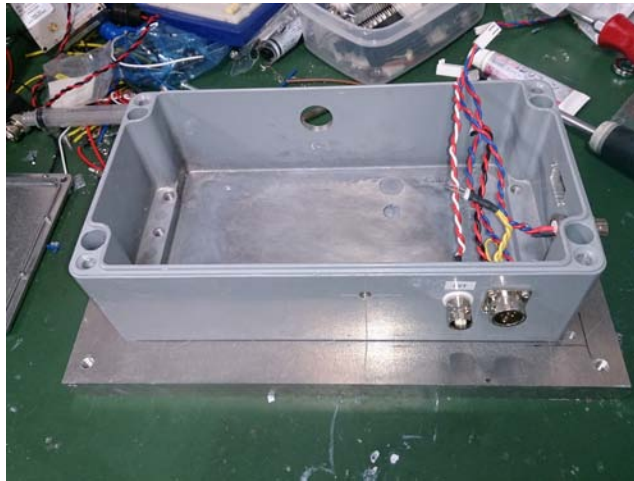


図 C.2 ECLD を囲う外枠

まずは，この箱の上にペルチェ素子を置く．このときも熱伝導グリスを塗り熱の通りをよくする．先ほども説明したようにペルチェ素子の向きには注意が必要である。

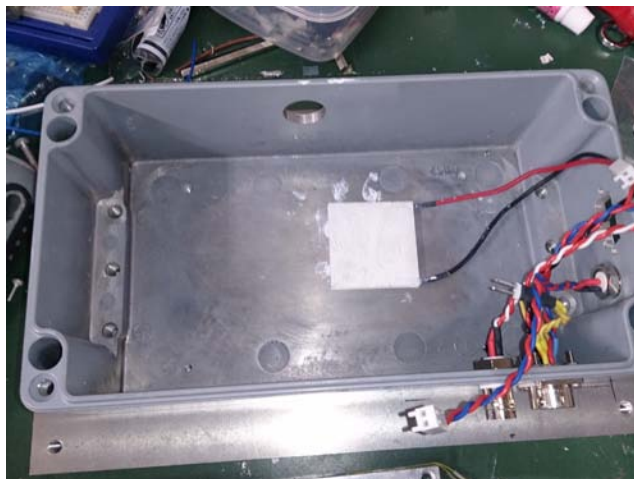


図 C.3 台とペルチェ素子の接続

サーミスタ素子の配置は以下の図 C.4 のように行う．今後，この台の上に LD やコリメートレンズが置かれることとなる．台の側面には穴が空いていてこの穴の中に熱伝導グリスを塗った後，サーミスタ素子を挿入し固定する．また，台の四隅には箱に台を固定す

るための M4 用の穴が空いている。台の上に固定されている黒い部品については後ほど説明する。

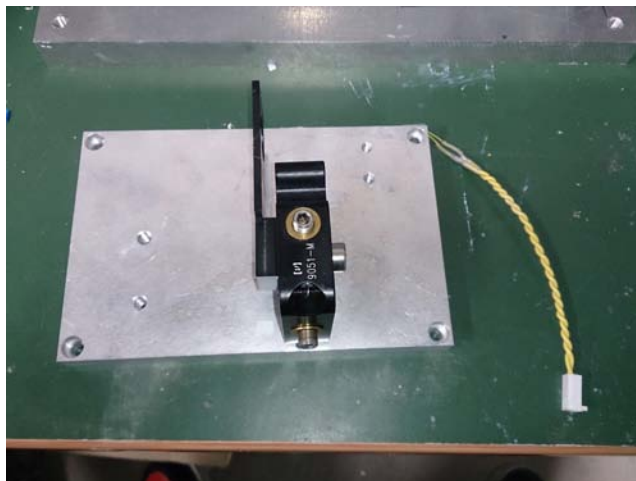


図 C.4 サーミスタ素子の配置

ペルチェ素子の配置とサーミスタ素子の固定が終わると次はこれらの接続である。接続は図 C.5 のように行う。ここで、台を箱に固定する際に用いる M4 のネジはプラスチック製のものがある必要がある。ペルチェ素子は片方の面が吸熱しているとき、反対の面では発熱が起こる。つまり、箱と台が、熱伝導度の高い金属で接続されている状況は LD の発振周波数が温度に強く依存しているため、好ましくない。そのために、プラスチック製のネジを用いるのである。

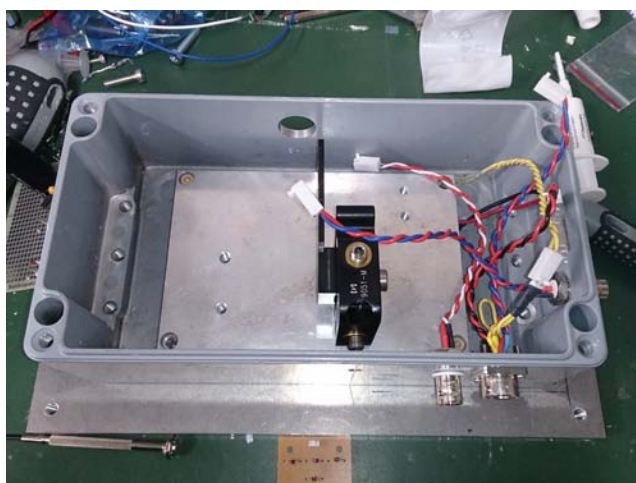


図 C.5 箱と台の接続の様子

次に、回折格子とピエゾ素子の接着を行った。接着剤はアラルダイトを用いた。回折格

子は拭くことができないため、表面には触れないように細心の注意が必要である。台に対して水平に接着する必要があるため、接着は除振台の上で行った。

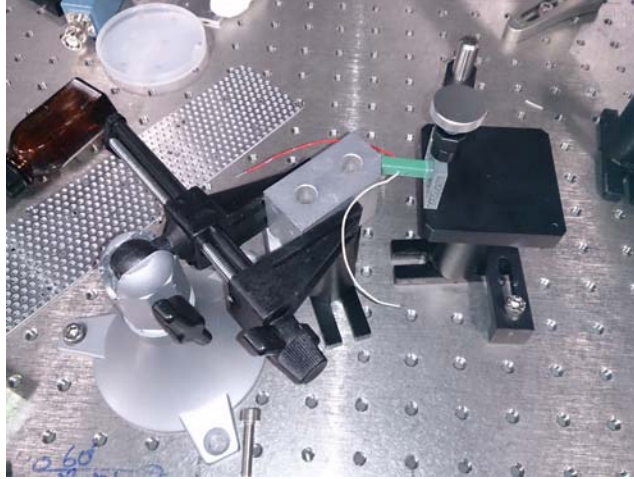


図 C.6 回折格子とピエゾ素子の接着

回折格子とピエゾ素子を接着したものを、設計図をもとにしてあらかじめ穴を空けておいた台に固定した。図 C.7 に接続後の様子を示した。回折格子をそのまま固定するのではなく、ピエゾ素子を間に入れるかたちになっている理由は、ピエゾ素子に加える電圧を操作することで共振器長を微調整することができ、これにより発振周波数を微調整することができるからである。

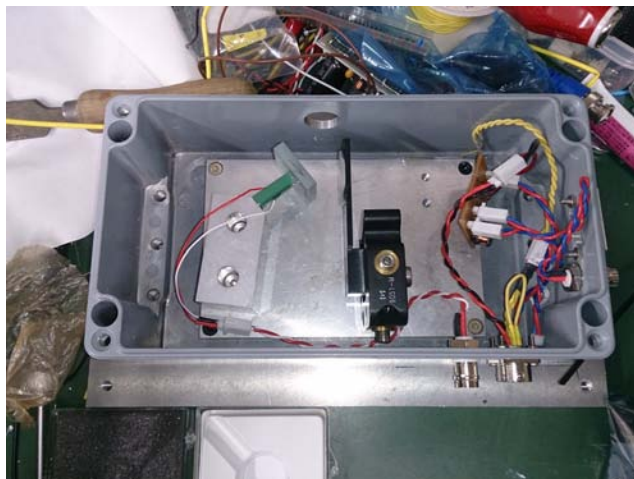


図 C.7 各部品の接続

ここで、今まで説明してこなかった台に固定されている黒い部品についての説明を行う。これには、図 C.8 のように、レンズを接着する。

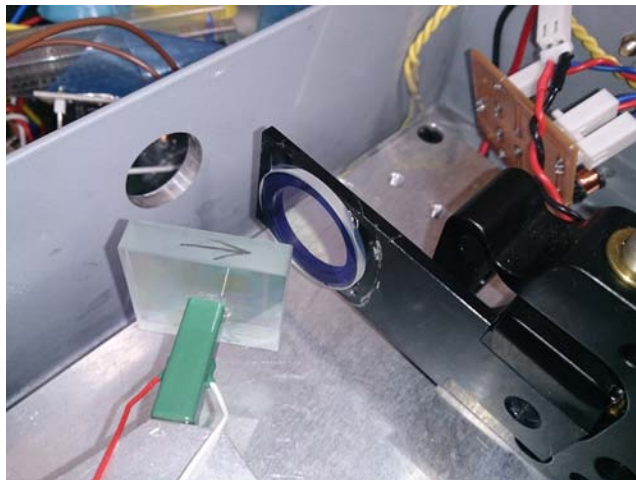


図 C.8 調整のための焦点距離の長いレンズ

このレンズはコリメートレンズではなく、焦点距離の長いレンズである。台にコリメートレンズを接着したあとは、コリメートレンズを調整することによる光帰還のかかり具合の調整や回折格子への入射角への調整が不可能となる。そこで用いられるのがこのレンズである。このレンズは光の進行方向を x 軸方向としたとき、 y 方向と z 方向への自由度を持つ。すなわち、 y 方向の自由度を調整することで回折格子への入射角を操作し波長選択を行い、 z 方向の自由度を調整することで光帰還のかかり具合を調整しシングルモード発振させることができるようになるのである。

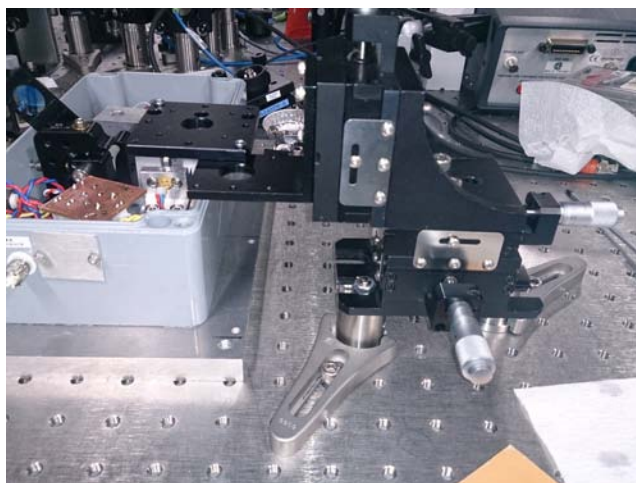


図 C.9 3 方向ジグによるコリメートレンズの位置の決定

コリメートレンズの接着を行う前に、コリメートレンズの位置を決めなければならない。アライメント方法について説明する。まず、LD に電流を流し発振させ、マルチモー

ドファイバー等にカップルさせて波長計で発振周波数を確認する。目的の周波数から非常に離れている場合は回折格子への入射角 (y 方向) を調整する必要があるが、数百 GHz 程度であれば接着後の LD 温度や電流値を調整することで目的の値を出すことが可能である。周波数がある程度定まって来たら z 方向を調整することで光帰還がかかる場所を見つける。光帰還のかかるところが見付かれば、あとはスレッシュホールド電流が下がるように、 x 方向と z 方向を調整していけばよい。スレッシュホールド電流が下がるということはそれだけ光帰還のかかり具合がよいことを示しているからである。

位置の決定が終われば後は接着剤を用いて接着するだけである。図 C.10 にコリメートレンズの接着の様子を示した。

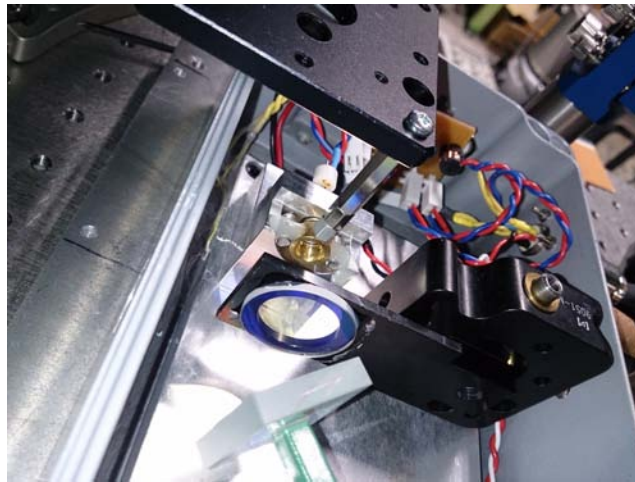


図 C.10 コリメートレンズの接着

最後に箱に蓋をしてレーザーの出射口にウィンドウを接着すれば完成である。完成した ECLD の写真を図 C.11 に載せておく。

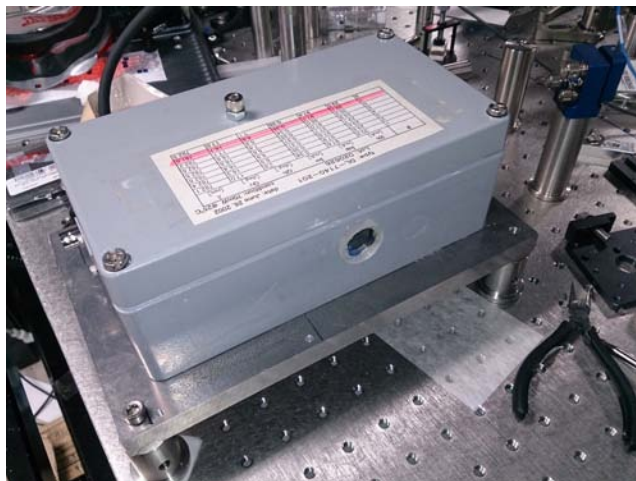


図 C.11 完成した ECLD

付録 D

ロック回路に関する基礎事項

この章では，ロック回路を説明する際に必要となる知識について簡単にまとめる．

D.1 伝達関数

工学の分野では，線形システムの応答を求める際に，Laplace 変換と呼ばれる数学的な手法がよく用いられる． s を複素数とするとき，Laplace 変換は次のように定義される：

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt . \quad (\text{D.1})$$

また，逆 Laplace 変換は次のようになる：

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} F(s)e^{st} ds . \quad (\text{D.2})$$

以下には，Laplace 変換の一般的な性質を記載しておく．

微分

$$\mathcal{L} \left[\frac{d^n f(t)}{dt^n} \right] = s^n F(s) - s^{n-1} f(+0) - s^{n-2} f^{(1)}(+0) - \dots - f^{(n-1)}(+0) \quad (\text{D.3})$$

積分

$$\mathcal{L} \left[\int^{(n)} f(t) dt^n \right] = \frac{1}{s^n} F(s) - \frac{1}{s^{n-1}} f^{(-n+1)}(+0) - \frac{1}{s^{n-2}} f^{(-n)}(+0) - \dots - \frac{1}{s} f^{(-1)}(+0) \quad (\text{D.4})$$

時間推移

$$\mathcal{L}[f(t - a)] = e^{-as} F(s) \quad (\text{D.5})$$

畳み込み

$$\mathcal{L}[(f * g)(t)] = \mathcal{L}\left[\int_0^t f(t - \tau)g(\tau)d\tau\right] = F(s)G(s) \quad (\text{D.6})$$

最終値の定理

$$f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \quad (\text{D.7})$$

(D.3) 式を見ても分かるように、ある線形微分方程式に対して Laplace 変換を行うことで、その方程式を線形代数方程式に帰着させることができる。非常に複雑な線形微分方程式を、あえて Laplace 変換して一度線形代数方程式に変換し解き、結果を逆 Laplace 変換すれば、その複雑な線形微分方程式が間接的に解けるのである。通常、システムへの入力を $v_{\text{in}}(t)$ とし、出力を $v_{\text{out}}(t)$ とすると、これらの関係は非常に複雑な時間に関する線形微分方程式を満たす。複雑であるがゆえにこのまま時間 t 領域で解くのは困難であるが、Laplace 変換し複素数 s 領域で考えれば、ただの線形代数方程式となる。このとき、 $v_a(t)$ ($a = \text{in, out}$) に対する Laplace 変換を $V_a(s)$ ($a = \text{in, out}$) とすると、これらは次の関係を満たす。

$$V_{\text{out}}(s) = G(s) \times V_{\text{in}}(s) . \quad (\text{D.8})$$

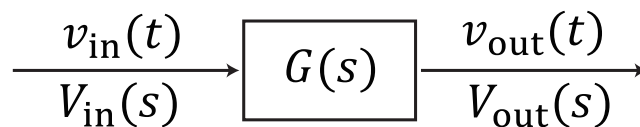


図 D.1 ブロック線図

$G(s)$ は伝達関数と呼ばれる。ここで、具体的な素子である抵抗 R 、コンデンサー C 、インダクター L に関する伝達関数について触れておく。 $s = i\omega$ とすると、Laplace 変換は Fourier 変換になる。ただし、Laplace 変換が $t \geq 0$ で定義されていることから、Fourier 変換の積分範囲も $[0, \infty)$ になることに注意する。したがって、これらの素子に対して、伝

達関数は $R, 1/sC, sL$ のようにして計算すればよい。これらの素子が直列や並列に複数接続されている場合も、インピーダンスを求めるときの手順と同様である。

システムの伝達関数が分かれば、あとは畳み込みを利用することにより、

$$v_{\text{out}} = \mathcal{L}^{-1} [G(s)V_{\text{in}}(s)] = \int_0^t g(t - \tau)v_{\text{in}}(\tau)d\tau \quad (\text{D.9})$$

によって、時間領域での出力を計算することもできる。

D.2 オペアンプによる演算

オペアンプ内部の等価回路を図 D.2 に示した。

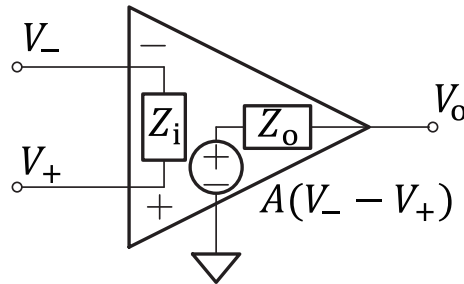


図 D.2 オペアンプ内部の等価回路

ただし、 A は増幅率、 Z_i は入力インピーダンス、 Z_o は出力インピーダンスである。理想的なオペアンプでは $A \rightarrow \infty, Z_i \rightarrow \infty, Z_o \rightarrow 0$ である。

まずは、図 D.3 のように一般的なインピーダンスに対するオペアンプの応答を調べ、その結果を用いてオペアンプによる演算回路を順に示していくことにする。ただし、オペアンプは理想的であるとする。

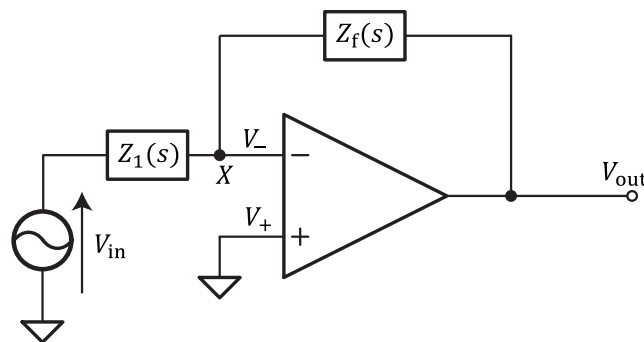


図 D.3 オペアンプによる演算回路

図 D.3 の点 X に対して, Kirchhoff の電流則を用いると,

$$\frac{V_{in} - V_-}{Z_1} = \frac{V_- - V_{out}}{Z_f} + \frac{V_- - V_+}{Z_i} \quad (D.10)$$

となる. 一方, $V_+ = 0, Z_o = 0$ より, $V_{out} = -AV_-$ である. これを (D.10) 式に代入してまとめると

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-Z_f(s)}{Z_1(s) \left\{ 1 + \frac{1}{A} + \frac{Z_f(s)}{AZ_1(s)} \right\}} \quad (D.11)$$

が得られる. 特に, $|1/A| \ll 1, |Z_f/AZ_1| \ll 1$ であるとき,

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{Z_f(s)}{Z_1(s)} \quad (D.12)$$

となる. それでは, この (D.12) 式を用いて具体的な演算回路について説明していく.

D.2.1 反転増幅回路

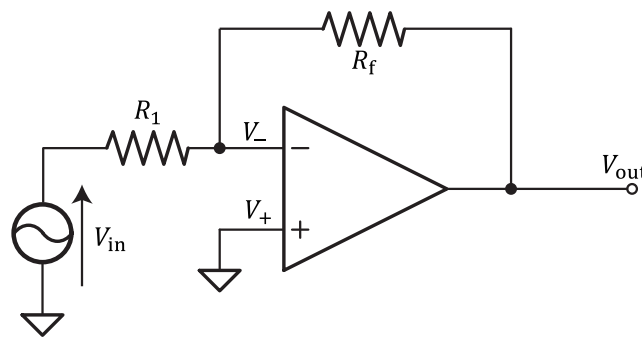


図 D.4 反転増幅回路

図 D.4 にインピーダンスがそれぞれ $Z_1(s) = R_1, Z_f(s) = R_f$ の回路を示した. このとき (D.12) 式を用いることで,

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_f}{R_1} \quad (D.13)$$

であることがわかる. この式から, 入力信号の定数倍の信号が出力されていることが見て取れる. そのため, オペアンプによるこのような回路は「反転増幅回路」と呼ばれている.

D.2.2 積分回路

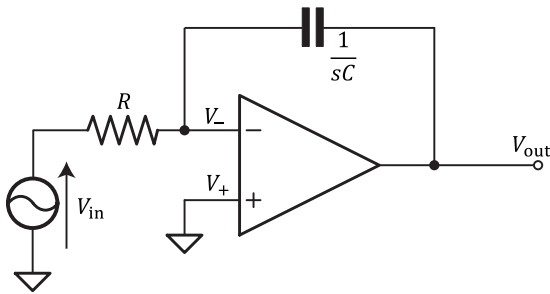


図 D.5 積分回路

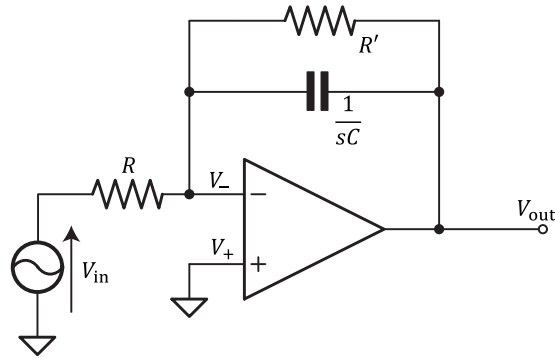


図 D.6 実際の積分回路

図 D.5 のようにインピーダンスをそれぞれ $Z_1(s) = R$, $Z_f(s) = 1/sC$ とした演算回路は「積分回路」と呼ばれている。実際に伝達関数を計算してみると、

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = -\frac{1}{sRC} \quad (\text{D.14})$$

となる。すなわち、逆 Laplace 変換してやり、時間領域で書くと、

$$\begin{aligned} v_{\text{out}}(t) &= -\frac{1}{CR} \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{V_{\text{in}}(s)}{s} \right] \\ &= -\frac{1}{CR} \int_0^t v_{\text{in}}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (\text{D.15})$$

となる。この計算から、図 D.5 のように素子を配置することで入力電圧を積分した電圧が出力されることが分かる。しかし、 $s \rightarrow i\omega$ とすることで周波数応答が分かるのだが、これでは $\omega = 0$ に対して出力が発散してしまう。そこで、実際に積分回路を組む場合には図 D.6 のようにコンデンサーに対して抵抗を並列に接続する必要がある。図 D.6 における系の伝達関数を計算すると、

$$Z_f(s) = \frac{R' \cdot \frac{1}{sC}}{R' + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{sC + \frac{1}{R'}} \quad (\text{D.16})$$

より、

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = -\frac{1}{sRC + \frac{R}{R'}} \quad (\text{D.17})$$

となる。したがって、 $R' \gg R$ が満たされるように R' を選択することにより、近似的に積分操作が行え、かつ低周波数の成分に対してもゲインが発散することはなくなる。

D.2.3 微分回路

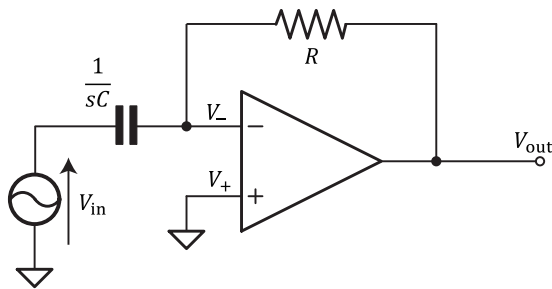


図 D.7 微分回路

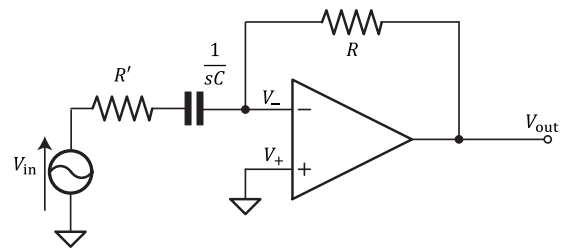


図 D.8 実際の微分回路

図 D.7 には、微分回路の配置が示されている。この系の伝達関数を求めると、

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = -sRC \quad (\text{D.18})$$

となる。得られた伝達関数を逆 Laplace 変換して時間領域で表すと、

$$\begin{aligned} v_{\text{out}}(t) &= -RC \mathcal{L}^{-1} [sV_{\text{in}}(s)] \\ &= -RC \frac{dv_{\text{in}}(t)}{dt} \end{aligned} \quad (\text{D.19})$$

となる。これはまさしく入力電圧に対して微分操作を表していることが分かる。なお、 $s \rightarrow i\omega$ としたときの周波数応答をみると、高周波数成分に対してゲインが発散していくことが分かる。そこで、実際に微分回路を用いるときは図 D.8 のような配置にする必要がある、この系の伝達関数を求めると、

$$Z_1(s) = R' + \frac{1}{sC} \quad (\text{D.20})$$

より、

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = -\frac{sRC}{1 + sR'C} \quad (\text{D.21})$$

となる。すなわち、1 と $|sR'C|$ の大小関係により応答が決まることとなる。低周波数 ($\ll 1/(2\pi R'C)$) においては近似的に

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \cong -sRC \quad (\text{D.22})$$

となり，微分動作が行われる．一方で高周波数 ($\gg 1/(2\pi R'C)$) では

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \cong -\frac{R}{R'} \quad (\text{D.23})$$

となり，比例動作が行われるため，高周波数においてゲインが発散するという問題が解決されることとなる．

D.3 PID 制御

最後に PID 制御について少しまとめておこう．PID とは，P:Prportional(比例)，I:Integral(積分)，D:Differential(微分) の頭文字である．

定められた目標値と現在値に比例した操作量をシステムに対して行うのが P 制御である．しかし，現在値が目標値に近づいてくると，比例操作の操作量は非常に小さくなってしまい，目標値と現在値を一致させることはできない．このような目標値と現在値の差は残留偏差と呼ばれる．この残留偏差を積分して操作量に変えるのが I 制御である．この 2 つの操作を合わせて PI 制御と呼び，この制御により目標値と現在値を一致させることが可能である．しかし，PI 制御だけでは，外乱などの急な変化に対応することができない．すなわち，システムの急な変化に対応して大きな操作量を加えなければ，目標値に近づくまでに時間がかかってしまうこととなる．この大きな操作量を確保するのが D 制御の役目である．これら 3 つの制御の特性を生かして現在値を目標値に一致させる制御が PID 制御である．

PID 制御の伝達関数は次のように表される：

$$K_{\text{PID}} = K_{\text{P}} \left(1 + \frac{1}{sT_{\text{I}}} + sT_{\text{D}} \right) = K_{\text{P}} + \frac{K_{\text{I}}}{s} + sK_{\text{D}} . \quad (\text{D.24})$$

ここで， K_{P} , K_{I} , K_{D} はそれぞれ，比例ゲイン，積分ゲイン，微分ゲインであり， $T_{\text{I}} = \frac{K_{\text{P}}}{K_{\text{I}}}$ は積分時間， $T_{\text{D}} = \frac{K_{\text{D}}}{K_{\text{P}}}$ は微分時間である．積分時間が小さければ，現在値を目標値に一致させるまでの時間が短くなる，しかし，積分時間を小さくしすぎると，ゲインが大きくなり発振する原因となってしまう．また，微分時間に関しても，時間が大きければ変化に対する応答が速くなるのだが，大きくしすぎると同様の理由で発振する．すなわち，適切な PID パラメータを選ぶことがシステムを安定して目標値に一致させるために必要である．

参考文献

- [1] Waseem S. Bakr, Jonathon I. Gillen, Amy Peng, Simon Fölling, and Markus Greiner, “A quantum gas microscope for detecting single atoms in a Hubbard-regime optical lattice” , Nature 462, 74 (2009).
- [2] Christof Weitenberg, Manuel Endres, Jacob F. Sherson, Marc Cheneau, Peter Schaus, Takeshi Fukuhara, Immanuel Bloch, and Stefan Kuhr, “Single-spin addressing in an atomic Mott insulator” Nature 471, 319 (2011).
- [3] H. J. Kimble and L. Mandel, “Resonance fluorescence with excitation of finite bandwidth” Phys. Rev. A, Vol. 15, No. 2, pp. 689-699 (February 1977)
- [4] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward, “Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator” Appl. Phys. B 31, 97-105 (1983)
- [5] T. Okoshi, K. Kikuchi, and A. Nakayama, “Novel method for high resolution measurement of laser output spectrum” Electron. Lett., Vol. 16, No. 16, pp. 603-631 (July 31, 1980)
- [6] 中本 顕正, “超狭線幅光学遷移を用いた Yb 同位体混合ガスの選択的蒸発冷却” 東京工業大学物性物理学専攻修士論文 (2013)
- [7] 正村 泉, “Yb 原子が有する長寿命な準安定状態への励起に向けた半導体レーザーの第二次高調波発生と絶対周波数安定化”, 東京工業大学理学部物理学科卒業論文 (2014)
- [8] 野村 忠和, 今井 正明, “短い遅延光ファイバを用いた遅延自己ホモダイン・ヘテロダイン法による半導体レーザーのスペクトル線幅測定”
- [9] 松岡 正浩, 阿部 龍蔵, 川村 清, 量子光学 (裳華房, 東京, 2000).
- [10] 中山 正敏, 物質の電磁気学 (岩波書店, 東京, 1996)
- [11] Bahaa E. A. Saleh, Malvin Carl Teich 著, 尾崎義治・朝倉利光訳, 基本光工学 (森北出版株式会社, 東京, 2006)
- [12] ヤリーヴ-イェー, 光エレクトロニクス (丸善株式会社, 東京, 2010)

-
- [13] 松瀬 貢規, 基礎制御工学 (数理工学社, 東京, 2013)
 - [14] 霜田 光一, レーザー物理学 (岩波書店, 東京, 1983)
 - [15] 大津 元一, コヒーレント光量子工学 (朝倉書店, 東京, 1990)

謝辞

本研究を遂行し卒業論文としてまとめるにあたり，上妻研究室の皆様から多くのご指導をいただきました。この場を借りて感謝の意を表したいと思います。

指導教官である上妻幹旺教授には，この一年間大変お世話になりました。上妻幹旺教授には実験の基礎的な知識から，複雑な理論の考え方まで多くのことを勉強させていただきました。研究室内のミーティングでは，常に的確なアドバイスをさせていただきました。また，どんなに忙しいときでも，親身に私の相談に対応していただき非常に感謝しております。修士課程でも，上妻幹旺教授から多くのことを吸収していきたいと考えております。

井上遼太郎助教には，光学素子の役割や仕組み，光学系の組み方，電子回路の設計といった非常にたくさんのことを勉強させていただきました。実験で行き詰ったときのディスカッションでは常に本質を捉えたアドバイスをさせていただきました。井上遼太郎助教のおかげで，光学に関しても電子回路に関しても，研究室配属当初とは比べ物にならないほど理解が進みました。本研究が卒業論文として無事にまとめられたのも井上遼太郎助教あってのものです。誠にありがとうございました。

博士課程一年生の Martin Miranda さんには，非常に多くのことを教えていただきました。実験で忙しい中でも，私の質問に対して親身に対応していただき，非常に感謝しております。テーパーアンプへのカップルの際，行き詰っている私に対して的確なアドバイスをいただいたことが鮮明に記憶に残っています。Martin さんの実験技術は非常に素晴らしく，この一年間驚かされるばかりでした。修士課程では，Martin さんを見習い，実験技術の向上を目指したいと思います。

修士課程二年生の奥山勇貴さんには，非常に優しくしていただきました。研究室の引越しや大学院入試の関係で共に実験する機会は多くありませんでしたが，ファイバーカップルの方法など丁寧に教えてくださったことを鮮明に覚えています。修士論文を書いている最中でも私の質問に対して親身に対応していただきました。また，奥山さん持ち前の明るい性格のおかげで楽しい一年が送れたことを非常に感謝しております。

修士課程一年生の細谷俊之さんには，実験の知識だけでなく，大学生活の面でも非常にお世話になりました。研究室に配属当初から優しくしていただき，お陰様ですぐに研究室

になじむことができました。また、大学院入試に関する質問に対して親身に対応していただきました。修士課程進学に際してやるべきことに関して的確にアドバイスをしていただき、感謝しております。

同期の正村泉君は、物理に対する理解が深く、熱心に実験を行う姿に刺激を受けました。修士課程においても同じ光学系を用いて実験を行うことになると思いますが、よろしくお願いします。

最後に、四年間の大学生活を金銭面だけでなく、生活面、精神面で大いに支えてくれた家族に感謝いたします。自宅から大学までの通学時間が長いなか、4年間きちんと通いできたのは家族の協力があったのもです。本当にありがとうございました。

2014年3月

西田 慶次