

卒業論文 光格子の非断熱的操作を利用した バンド間隔の測定

東京工業大学 理学部 物理学科

荻野 嵩大

指導教員 上妻 幹旺 教授

2015年2月

概要

極低温の中性原子気体を用いることで、強相関量子多体系を量子的にシミュ レートするための研究が精力的に進められている。私達の研究室では、イッ テルビウム(Yb)原子を二次元光格子にトラップした系を利用して、Bose-Hubbard 模型に関する研究を行っている。Bose-Hubbard 模型は、基底状態 として、超流動相と Mott 絶縁体相の二つの量子相をとりうる。光格子ポテ ンシャルを操作することで、トンネリングレートとオンサイト相互作用とを 変化させ、上記二つの量子相間における相転移を誘起することができるため、 光格子ポテンシャルを正確に測定・操作することは、量子シミュレーション を進める上で必須の技術といえる。本卒業論文研究では、以下の方法にのっ とって、光格子ポテンシャルを正確に評価することを試みた。まず、光格子 を非断熱的に立ち上げ、異なる振動準位間の量子的な重ね合わせを形成した。 この重ね合わせ状態は、振動準位間のエネルギー差(バンド間隔)を反映し た時間発展を起こす。一定時間後、光格子を非断熱的に遮断し、原子気体を 自由落下させることで、時間発展の様子を原子の運動量成分の変化として観 測することができた。得られた運動量成分の時間変化をシミュレーションと 比較することで、バンド間隔を評価した。得られたバンド間隔から、量子相 を制御する上で重要なパラメーターとなる光格子ポテンシャルを決定するこ とができた。

目 次

第1章	序論	8
1.1	研究背景	8
1.2	研究目的	8
第2章	バンド間隔の測定原理	10
2.1	バンド間隔に依存した運動量成分の時間発展	10
第3章	実験準備	14
3.1	イッテルビウム原子につて...............	14
3.2	実験準備	16
	3.2.1 Yb 原子の冷却と輸送方法	16
	3.2.2 吸収撮像	18
第4章	バンド間隔の観測にあたっての条件	19
4.1	光格子の非断熱的操作の条件	19
4.2	ポッケルスセルの導入	20
	4.2.1 ポッケルスセルとその導入方法	20
4.3	ポッケルスセルを導入する際に考慮すべき点	22
	4.3.1 ポッケルスセルによる光格子の立ち上げ速度	22
	4.3.2 ポッケルスセルによる消光比の変化	22
	4.3.3 電磁波ノイズ	23
第5章	バンド間隔の観測	25
5.1	実験方法	25
5.2	実験結果	28
第6章	本実験系での $ C_i(0,t) ^2$ 計算法	31
6.1	光格子の立ち上がり時間による $ C_i(0,t) ^2$ の変化	31
6.2	楕円ガウシアンビームによる光格子の形状	34
	6.2.1 本実験系での $ C_i(0,t) ^2$ シミュレーション	37
第7章	光格子ポテンシャルの決定	38
7.1	0.5kV の時	38
7.2	-0.5kV の時	41

第8章	まとめと今後の課題	44
付録A	ゼーマン減速	47
付録B	磁気光学トラップ(MOT)	49
付録C	ドップラー冷却	50
付録D	光双極子トラップ	51
付録E	蒸発冷却	52
付録F F.1 F.2 F.3 F.4	電磁波の遮蔽 平面波の伝搬 電磁波の遮蔽 導体中の複素誘電率について 減衰によるシールド効果	53 53 55 56 57
付録G	ポッケルスセルの電源と MOSFET	58
付録日	楕円ガウシアンビーム	59

図目次

2.1.1 $V_0 = 10E_R, 20E_R, 30E_R, 40E_R$ における波数 $-1 \le q/k \le 1$ での固有エネルギー	12
$2.1.2 V_0 = 10 E_B, 20 E_B, 30 E_B, 40 E_B$ の時の各運動量成分の時間発	
展:黒線は $0\hbar k$, 青線は $\pm 2\hbar k$, 赤線は $\pm 4\hbar k$ を示す	13
3.1.1 ¹⁷⁴ Yb 原子のグロトリアン図	15
3.2.1 冷却と輸送に使用するレーザーと真空チャンバー	16
3.2.2 532nm Vertical ODT 光により蒸発冷却	17
3.2.3 532nm Vertical ODT 光による光双極子トラップを利用した輸送	17
3.2.4 1082nm Accordion 光による Yb 原子のトラップ	17
4.1.1 固有エネルギーの差 ΔE の逆数(n=0 と n=2 の差による逆数)	19
4.2.1 ポッケルスセル	20
4.2.2 ポッケルスセル導入後の光学系	21
4.2.3 印加電圧と折り返しパワーの関係	21
4.3.1 ポッケルスセルの印加電圧と立ち上がり時間	22
4.3.2 表皮効果	23
4.3.3 電磁波ノイズの離散フーリエ変換	24
5.1.1 実験手順1	26
5.1.2 実験手順 2:片方のみのポッケルスセルに 0.5kV かける	26
5.1.3 実験手順 3:吸収撮像を行う	27
5.2.1 0.5kV かけたときの吸収撮像画像	28
5.2.2 -0.5kV かけたときの吸収撮像画像	29
5.2.3 0.5kV かけたときのフォトディテクターの応答	30
5.2.4 -0.5kV かけたときのフォトディテクターの応答	30
6.1.1 立ち上がり時間 0μs(点線)と 5μs(実線)による各運動量成	
分の時間発展	31
6.1.2 tμs ずらしたときの差の二乗	32
6.1.3 立ち上がり時間 0μs を 3μs ずらしたグラフ(点線)と立ち上	
がり時間 5µs のグラフ(実線)	33
6.2.1 一次元光格子ポテンシャル	35
6.2.2 <i>y</i> 軸に垂直な面での一次元光格子ポテンシャルのずれ	35

6.2.3 x = l/2 に垂直な面での一次元光格子ポテンシャルのすれ	36
6.2.4 原子分布	37
701 $ C_i(0,t) ^2$ との比較のための i の値と画像の関係	38
$1.0.1 0_i(0,t) = 0.01 \text{ KOROV } t \text{ Old } \text{ KOROV } KORO$	00
$(.1.1)$ イツティング 結果: 赤は $-4n\kappa$, 青は $-2n\kappa$, 黒は $0n\kappa$ を示 9	39
7.1.2 フィッティング結果:青は $2\hbar k$,赤は $4\hbar k$ を示す	40
7.2.1 フィッティング結果:赤は – 4ħk,青は – 2ħk,黒は 0ħk を示す	41
7.2.2 フィッティング結果:青は 2ħk, 赤は 4ħk を示す	41
7.2.3 主なる原子集団と小さな原子集団	42
7.2.4 解析する際における –2ħk、0ħk、2ħk の区分	42
7.2.5 小さな隼団の分裂が埋もれていろ様子·青線は数 ms 里線は	
950ugの昭振ガラフ	19
$550\mu s$ \circ μs γ	45
A 0 1 ゼーマン減速機による共鳴周波数変化 kn はドップラー効果	
にとて国油粉のずわ パレーザー国油粉 パーガーフンシフト	
による周辺数の946、 ω . ν - γ - 周辺数、 ω_0 と - マンフノト	10
かない時の共鳴周波釵	10
	48
\mathbf{P} の1 砂ケシンプ (MOT)	48
B.0.1磁気光学トラップ(MOT)	48 49
B.0.1磁気光学トラップ(MOT)	48 49 50
B.0.1磁気光学トラップ(MOT)	48 49 50
 B.0.1磁気光学トラップ(MOT) C.0.1ドップラーシフトの原理 F.1.1z = 0.dにおける電界と磁界 	48495054
 B.0.1磁気光学トラップ(MOT) C.0.1ドップラーシフトの原理 F.1.1z = 0, dにおける電界と磁界 F.21シールドカ hの z = 0 dにおける電界と磁界 	 48 49 50 54 55
B.0.1磁気光学トラップ(MOT)	 48 49 50 54 55 57
 B.0.1磁気光学トラップ(MOT) C.0.1ドップラーシフトの原理 F.1.1z = 0,dにおける電界と磁界 F.2.1シールド入りの z = 0,dにおける電界と磁界 F.4.1アルミニウムと銅の表皮効果 	 48 49 50 54 55 57
B.0.1磁気光学トラップ(MOT) C.0.1ドップラーシフトの原理 F.1.1 $z = 0, d$ における電界と磁界 F.2.1シールド入りの $z = 0, d$ における電界と磁界 F.4.1アルミニウムと銅の表皮効果	 48 49 50 54 55 57 58

表目次

3.1.1 Yb 原子の安定同位体	14
3.1.2 ¹⁷⁴ Yb 原子の使用する遷移について	15
4.3.1 消光比	23

第1章 序論

1.1 研究背景

現在、極低温の中性原子気体を用いることで、強相関量子多体系を量子的 にシミュレートするための研究が精力的に進められている。特に、光の干渉 を利用して作られた周期ポテンシャル(光格子)の中に量子縮退した原子気 体を捕捉した系は、高温超伝導や巨大磁気抵抗に代表される強相関固体物性 現象をシミュレートする理想的な系として注目を浴びている。光格子の中で 発現する物性現象を観測する上で、これまで吸収撮像と呼ばれる手法が広く 用いられてきた。この方法では、光格子を生成しているレーザー光を遮断し、 原子気体を自由拡散させることで、初期運動量分布に関する情報を取得する。 これに対して近年になり、光格子中に捕捉された個々の原子を、サイトを分 解して観測可能な「量子気体顕微鏡」と呼ばれる新しい技術が登場した。吸 収撮像法による運動量空間での測定に加え、量子気体顕微鏡による実空間で の観測を行うことで、光格子中で発現する物性現象をより詳細に捉えること が可能となった。例えば、光格子中における超流動-Mott 絶縁体転移は、こ れまで、「原子波干渉の消失」という間接的な形でしか観測することが出来な かったが、量子気体顕微鏡を用いることで、光格子中の各サイトを単一の原 子が占有する様子や、原子占有数が階段的に変化する様子(Mott shell)を 直接観測することが可能となった [1] [2]。ごく最近になり、我々の研究室は、 イッテルビウム(Yb)原子を対象とした量子気体顕微鏡を開発することに成 功した [3]。Yb 原子はボソン、フェルミオン双方を含む豊富な安定同位体を 有しており、超流動- Mott 絶縁体の相転移のみならず、d 波超伝導、あるい は擬ギャップなど、強相関物性における様々な中心的課題に取り組むことが 可能になると期待される。

1.2 研究目的

極低温の中性原子気体を用いることで、強相関量子多体系を量子的にシミュ レートするためには、作成する光格子を任意に操作することが必須の技術と いえる。そのためには、作成する二次元光格子ポテンシャルを正確に評価す ることが重要である。二次元光格子は、二つの一次元光格子を直交させて重 ねることで形成することができる。従って、一つ一つの一次元光格子ポテン シャルを評価することが出来れば、二次元光格子ポテンシャルを決定するこ とが出来る。本研究では、以下の方法を用いて、一次元光格子ポテンシャルを 評価することを目的とした。まず、一次元光格子を非断熱的に立ち上げ、異 なる振動準位間の量子的な重ね合わせを形成する。この重ね合わせ状態は、 振動準位間のエネルギー差(バンド間隔)を反映した時間発展を起こす。一 次元光格子を一定時間後、非断熱的に遮断すると、時間発展の様子を原子の 運動量成分の変化として観測することができる。得られた運動量成分の時間 変化時間変化をシミュレーションと比較することで、バンド間隔を決めれば、 最終的に光ポテンシャルを評価することが可能となる。

第2章 バンド間隔の測定原理

1次元光格子中に捕捉された量子縮退原子気体を使って、バンド間隔を測定した先行研究が存在する[4]。バンド間隔を測定することが出来れば、そこから目的とする光格子ポテンシャルを評価することが可能となる。この章では、光格子を非断熱的に操作するこで、バンド間隔が測定できる理由を理論的に説明することにする。

2.1 バンド間隔に依存した運動量成分の時間発展

ここでは初期状態として、運動量ゼロの原子気体を考えることにする。時 刻 t = 0において、非断熱的に光格子 V(x)を立ち上げる。ここで一次元光 格子ポテンシャル V(x)を

$$V(x) = V_0 \sin^2 kx$$

とする。ただし

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{2.1.1}$$

である。ブリルアンゾーン内 (-*k* < *q* < *k*) で波数 *q* を持つ固有状態はブロッ ホ関数を用いて

$$\psi_q(x,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n(q,t) e^{i(q+2nk)x}$$
 (2.1.2)

と表される。 $V(x) = (e^{ikx} - e^{-ikx})/2i$ を用いると、シュレディンガー方程 式は

$$i\hbar \frac{\partial \psi_q(x,t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{V_0}{4}\left(e^{i2kx} + e^{-i2kx} - 2\right)\right)\psi_q(x,t) \quad (2.1.3)$$

となる。式 (2.1.2) を式 (2.1.3) に代入すると

$$\begin{split} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i\hbar e^{i(q+2nk)x} \frac{dC_n(q,t)}{dt} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\hbar^2}{2m} (q+2nk)^2 C_n(q,t) e^{i(q+2nk)x} \right. \\ &- \frac{V_0}{4} \left(C_n(q,t) e^{i(q+2(n-1)k)x} + C_n(q,t) e^{i(q+2(n+1)k)x} \right) \\ &+ \frac{V_0}{2} C_n(q,t) e^{i(q+2nk)x} \right\} \end{split}$$

となり、 $e^{i(q+2nk)x}$ の係数を比較すると

$$i\hbar \frac{dC_n(q,t)}{dt} = \left(\frac{\hbar^2}{2m}(q+2nk)^2 + \frac{V_0}{2}\right)C_n(q,t) \\ -\frac{V_0}{4}\left(C_{n+1}(q,t) + C_{n-1}(q,t)\right)$$
(2.1.4)

となる。ここで $\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = E_R$ とする (反跳エネルギー)。あらためてポテンシャ $\nu V_0 \in V_0 = a E_R$ と表現すると、式 (2.1.4) は

$$i\hbar \frac{dC_n(q,t)}{dt} = E_R \left\{ \left(\left(\frac{q}{k} + 2n\right)^2 + \frac{a}{2} \right) C_n(q,t) - \frac{a}{4} \left(C_{n+1}(q,t) + C_{n-1}(q,t) \right) \right\}$$

となる。n が $-l \le n \le l$ のとき、これを行列表示にすると

と表せる。ただし $A_r = \left(rac{q}{k} + 2r
ight)^2 + rac{a}{2}$ とする。光格子中における波数 q に 対応する振動状態を求めたいときは、右辺の行列の固有状態を求めればよい。 このとき、|Ci(q)|²は、振動状態を自由空間における運動量固有状態で展開 したときのポピュレーションを与え、これは時間的に一定である。一方、初 期状態として運動量0の状態を準備し、光格子を非断熱的に立ち上げた場合 は、複数の振動状態の重ね合わせが生成される。この重ね合わせ状態を自由 空間の運動量固有状態で展開したときのポピュレーションは、時間的に一定 ではなく、式 (2.1.5) に従って時間的に振動することになる。振動周波数は、 重ね合わせを構成している各振動状態間のエネルギー差に依存するため、こ こからバンド間隔を求めることが可能となる。ここで、 $|C_i(q,t)|^2$ における *i* = ±2,±1,0 はそれぞれ運動量 ±4ħk,±2ħk,0ħk に対応する。図 2.1.1 は、 $V_0 = 10E_R, 20E_R, 30E_R, 40E_R$ としたときの第一ブリルアンゾーンにおける 固有エネルギーをあらわしている。一方、図 2.1.2 は、運動量 0 の初期状態に 対して、ポテンシャルを非断熱的に立ち上げた後、各運動量成分がどのように 時間発展するかを示している。一次元光格子ポテンシャルが浅い時は、n=0 とn = 2のバンド間隔(固有エネルギーの差)の逆数の周期で $|C_i(0,t)|^2$ は 振動しているが、一次元光格子ポテンシャルが深くなるにつれ、振動周期が 乱れてくる。これは高次の運動量成分が存在するためである。



図 2.1.1: $V_0 = 10E_R, 20E_R, 30E_R, 40E_R$ における波数 $-1 \le q/k \le 1$ での固 有エネルギー



図 2.1.2: $V_0 = 10E_R, 20E_R, 30E_R, 40E_R$ の時の各運動量成分の時間発展:黒線は $0\hbar k$, 青線は $\pm 2\hbar k$, 赤線は $\pm 4\hbar k$ を示す

第3章 実験準備

この章では実験の対象となるイッテルビウム原子について説明するととも に、Yb 原子のボース凝縮体を生成する具体的な手順について述べる。この章 を書くにあたり [5]、[6] を参考にした。

3.1 イッテルビウム原子につて

本実験で使用をしているイッテルビウム原子の原子番号は70で、元素記号はYbである。Ybには、表 3.1.1にあるように7種類の安定同位体が存在する。

質量数	自然存在比	核スピン	分類
168	0.13	0	Boson
170	3.05	0	Boson
171	14.3	$\frac{1}{2}$	Fermion
172	21.9	0	Boson
173	16.12	$\frac{5}{2}$	Fermion
174	31.8	0	Boson
176	12.7	0	Boson

表 3.1.1: Yb 原子の安定同位体

Yb 原子は2個の価電子を有し、そのためシングレット(スピン量子数S = 0) とトリプレット (スピン量子数S = 1)の二つの状態が存在する。 ${}^{1}S_{0} \leftrightarrow {}^{1}P_{1}$ 遷移は、選択則を満たす許容遷移であり、ゼーマン減速、吸収撮像に用いら れる。 ${}^{1}S_{0} \leftrightarrow {}^{3}P_{1}$ 遷移は、選択則を満たさない禁制遷移であり、磁気光学ト ラップに用いられている。これらの遷移の波長、自然幅、飽和強度を表 3.1.2 に、 174 Yb 原子のグロトリアン図を図 3.1.1 に示す。

	${}^1S_0 \leftrightarrow {}^1P_1$	${}^1S_0 \leftrightarrow {}^3P_1$
波長	$398.9 \mathrm{nm}$	$555.8\mathrm{nm}$
自然幅	$2\pi \times 27.9 \mathrm{MHz}$	$2\pi \times 181 \mathrm{kHz}$
飽和強度	$57 \mathrm{mW/cm^2}$	$0.14 \mathrm{mW/cm^2}$

表 3.1.2: ¹⁷⁴Yb 原子の使用する遷移について



図 3.1.1: ¹⁷⁴Yb 原子のグロトリアン図

3.2 実験準備

本実験では、冷却 Yb 原子を利用するため、Yb 原子の冷却方法とその輸送 方法を述べる。また、原子の運動量成分を観測するための吸収撮像について 述べる。

3.2.1 Yb 原子の冷却と輸送方法

図 3.2.1 において、原子オーブンから昇華した Yb 原子がが出射し、波長 399nm のゼーマン減速光により冷却される(付録 A)。冷却された Yb 原子 は、真空チャンバー内において波長 556nm のレーザーと四重極磁場を用いた 磁気光学トラップにより冷却・トラップされる(付録 B、付録 C)。その後、 532nm の Horizontal ODT 光による光双極子トラップ(付録 D)を利用し、 真空チャンバー内からガラスセルまで原子を輸送する。ガラスセルまで輸送さ れた Yb 原子は、532nm の Horizontal ODT 光から 532nm の Vertical ODT 光に移される。その際、蒸発冷却(図 3.2.2、付録 E)が行われる。その後、 532nm の Vertical ODT 光による光双極子トラップを利用しガラスセル表面 まで輸送される(図 3.2.3)。その後、ガラスセル表面で反射された 1082nm の Accordion 光によりガラスセル表面近くにトラップされる(図 3.2.4)。原 子をガラスセル近傍にトラップした後、再度、蒸発冷却を施すことで、原子 温度を数 100nK 台にまで下げ、ボース凝縮を生成する。その後、ポッケルス セル(詳細は 4.2 で述べる)に電圧をかけ、1082nm の Accordion 光を折り 返すことにより光格子が作成できる。



図 3.2.1: 冷却と輸送に使用するレーザーと真空チャンバー



図 3.2.2: 532nm Vertical ODT 光により蒸発冷却



図 3.2.3: 532nm Vertical ODT 光による光双極子トラップを利用した輸送



図 3.2.4: 1082nm Accordion 光による Yb 原子のトラップ

3.2.2 吸収撮像

吸収撮像法とは、原子に光を照射し、その影の大きさと濃さを測定するこ とで原子数を求める手法である。共鳴する光を照射すると光は原子気体に吸 収されるため、透過光強度は

$$I = I_0 e^{OD} \tag{3.2.1}$$

$$OD(\mathbf{r}) = \int n(\mathbf{r}, z)\sigma_{ab}dz \qquad (3.2.2)$$

まで減衰される。ここで*OD*(*r*) は原子の柱密度、*σ*_{ab} は散乱断面積である。 実験では CCD カメラを用いて三枚の画像を取得する。原子に撮像光を照射 した後の透過光を測定したもの(*I*_{shadow})、撮像光の元の強度を測定したも の、撮像光を照射しない時の背景光の強度を測定したもの(*I*_{back})である。 これらの結果から

$$OD(\mathbf{r}) = -\ln \frac{I_{shadow}(\mathbf{r}) - I_{back}(\mathbf{r})}{I_{prove}(\mathbf{r}) - I_{back}(\mathbf{r})}$$
(3.2.3)

$$N = \int n(\mathbf{r}, z) dz d\mathbf{r} = \frac{1}{\sigma_{ab}} \int OD(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$
$$= \sum_{pixel(i,j)} -\frac{tS}{\sigma_{ab}} \ln \frac{I_{shadow}(\mathbf{r}) - I_{back}(\mathbf{r})}{I_{prove}(\mathbf{r}) - I_{back}(\mathbf{r})}$$
(3.2.4)

$$\sigma_{ab} = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + (2\delta/\Gamma)} \frac{1}{1+s}$$
(3.2.5)

を計算することにより原子数 N を求めることが可能である。ここで、pixel(i, j)は CCD カメラの各ピクセル、S は各ピクセルの面積、t は吸収撮像系の倍率、 λ は撮像の倍率を表す。

第4章 バンド間隔の観測にあたっ ての条件

4.1 光格子の非断熱的操作の条件

バンド間隔を測定するためには、光格子を十分速く立ち上げ、異なる振動 準位の重ね合わせを形成しなければならない。光格子の立ち上げ方が遅いと、 ほとんどの原子が最低振動準位にはいってしまい、運動量成分の時間変化を 観測することが難しくなってしまう。非断熱的時間の目安は、バンド構造に おいて原子が分布する最大固有エネルギーと最小固有エネルギーの差の逆数 程度とする。光格子ポテンシャルが大きくになるにつれ、より高次の振動準 位がポピュレートされるため、非断熱的時間の目安はより短くなっていく。今 回の実験においては、*n* = 2を最大固有エネルギー、*n* = 0を最小固有エネル ギーとして考える。光格子ポテンシャルに対する非断熱的時間は図 4.1.1 と なる。本実験では光格子ポテンシャルが 30*E*_R より小さい値で行うため、非 断熱的時間の目安は 10µs であればよい。



図 4.1.1: 固有エネルギーの差 ΔE の逆数 (n=0 と n=2 の差による逆数)

4.2 ポッケルスセルの導入

本研究を始める以前は、図 3.2.4 において、 $\lambda/4$ 板とポッケルスセルの代わ りに、ステッピングモーターと $\lambda/2$ 板が使用されていた。ステッピングモー ターを使って $\lambda/2$ 板を回転させ光格子を立ち上げるためには、数十 ms かか るため、4.1 で求めた 10 μ s という条件を満たすことが出来ない。そこで本研 究では、新たにポッケルスセルという光学素子を導入することにした。

4.2.1 ポッケルスセルとその導入方法

ポッケルセル(図 4.2.1)とは、印加電圧に応じて入射したレーザーの偏光 を変化させる光学素子を指す。今回使用するポッケルスセルは 3.3kV の電圧 印加により、λ/4 板として機能する。電圧を印加しないときは、入射レーザー の偏光に変化をもたらさない。



図 4.2.1: ポッケルスセル

ポッケルスセルは、図 4.2.2 のように導入した。ポッケルスセルにかける 電圧が 0kV の状態で、PBS で反射されるパワーが最大になるように λ/4 板 を調整する。ポッケルスセルに電圧をかけていくにつれ、PBS で反射される パワーが減少していき、折り返しパワーが増加していく。横軸にポッケルス セルにかける電圧、縦軸に 1-(PBS 反射パワー/PBS 反射パワーの最大値) = (折り返しパワーの割合)として測定したグラフが図 4.2.3 である。点が測定 値であり、曲線が理論値である。このグラフから分かるように電圧を変える ことにより、折り返しパワーを変化させ、光格子ポテンシャルを任意に設定 することができる。



図 4.2.2: ポッケルスセル導入後の光学系



図 4.2.3: 印加電圧と折り返しパワーの関係

4.3 ポッケルスセルを導入する際に考慮すべき点

4.3.1 ポッケルスセルによる光格子の立ち上げ速度

4.1 で求めた条件である非断熱的時間 10µs を満たしているかを調べるため、 電圧を変えながら立ち上がり時間を測定した結果を図 4.3.1 に示す。本本研 究の目的を遂行するためには、ポッケルスセルに 0.5kV の電圧を印加すれば よく、10µs という条件は十分に満たされている。ポッケルスセルの電源は、 Spellman の SL15P60/100 を使用し、より早く電圧をかけるために MOSFET (HTS201-01GSM)を使用した(付録 G)。MOSFET を使用する際、リンギ ングがなるべく起こらず、電圧が早くかけられるように抵抗値を設定した。



図 4.3.1: ポッケルスセルの印加電圧と立ち上がり時間

4.3.2 ポッケルスセルによる消光比の変化

ポッケルスセルを入れたとしても PBS での消光比が変わらないことを確認 する必要がある。なぜなら、消光比が悪くなるということは、本来光格子が 立ち上がっていない状態のはずが、わずかに光格子が立ち上がっている状態 になってしまい、2章で計算したものと違う結果になってしまうからである。 消光比の測定結果は表 4.3.1 となる。

二次元光格子を作成するのにレーザーを二本使うため、ポッケルスセルが 二つある。また、プラスの電圧とマイナスの電圧は、それぞれ消光比が最大に なる時の電圧である。この際、電圧の絶対値がずれるのは、若干セルの向き が傾いているからである。この表より十分に消光比が出ていることがわかる。

	ポッケルスセルなし	ポッケル	スセル1	ポッケル	スセル2
電圧		+3.39kV	-3.21kV	+3.38kV	-3.26kV
消光比	447 ± 3.7	438 ± 7.8	448 ± 5.9	445 ± 3.8	435 ± 10

表 4.3.1: 消光比

4.3.3 電磁波ノイズ

ポッケルスセルに電圧をかけるときに電源やケーブルから電磁波ノイズが 発生することが判明した。実験室に持ち込む際、ほかの機器に影響が出ないよ うに電源やケーブルからの電磁波ノイズを、現在の実験室から発生している 電磁波ノイズと同じ程度に抑える必要がある。測定方法として、銅線のループ アンテナを作成し、オシロスコープの終端抵抗を 50Ω として測定した。現在 の実験室での測定結果は 12mV_{pp}~44mV_{pp} である。ポッケルスセルに 3.3kV 掛けた場合、電源から 10cm 程度離れた場所では 1.4V_{pp}、ポッケルスセルに つながるケーブルから 10cm 程度離れると 432mV_{pp} 程度であった。 電源から発生する電磁波は抑えることが困難であるため、電源を別の部屋に 置き、ケーブルを実験室まで伸ばして使用することにした。ケーブルから発 生する電磁波ノイズは、アルミや銅などにより減衰させることができる。減 衰できる電磁波ノイズの周波数はアルミや銅の厚みによって決まっている(図 4.3.2、付録 F)。図 4.3.2 は、横軸に周波数、縦軸に減衰させるのに必要な厚 みを表している。



図 4.3.2: 表皮効果

ポッケルスセルにつながるケーブルから発生する電磁波ノイズを離散フー リエ変換すると図 4.3.3 となった。



図 4.3.3: 電磁波ノイズの離散フーリエ変換

図 4.3.3 からわかるように 1.5MHz 以上の周波数成分があることがわかる。 よって図 4.3.2 より、厚さ 2mm の銅でケーブルを囲うと電磁波ノイズが減少 することが期待される。そのため、ケーブルを厚さ 2mm の銅管に通して電 磁波ノイズの測定を行った。しかしこのままでは、ケーブルに電流が流れる と銅管中で電荷が動き、銅管から電磁波ノイズが発生してしまう。そのため、 銅管をグラウンドに落とす必要がある。落とし方として、銅管から配電盤の グラウンドなどにケーブルで繋ぐのでは、ケーブルに電流が流れ電磁波ノイ ズが発生してしまう。そのため、グラウンドに落とす際に直接銅管を適切な グラウンドに落とす必要がある。実際に実験室に銅管を持ち込む際にグラウ ンドとしてサッシを使用した。これにより 3.3kV 掛けた場合、ポッケルスセ ルにつながるケーブルを通した銅管から 10cm 程度離れると電磁波ノイズは 150V_{pp} と約 1/3 程度まで減少させることが出来た。

第5章 バンド間隔の観測

一次元光格子を非断熱的に立ち上げ、異なる振動準位間の量子的な重ね合わせを形成した。この重ね合わせ状態は、振動準位間のエネルギー差(バンド間隔)を反映した時間発展を起こす。一次元光格子を一定時間後、非断熱的に遮断すると、時間発展の様子を原子の運動量成分の変化として観測することができる。

5.1 実験方法

図 5.1.1 のようにポッケルスセルにかける電圧が 0kV の状態から、図 5.1.2 のように片方のポッケルスセルに 0.5kV の電圧をかけた。この操作により、 PBS で反射されていたレーザーの一部が折り返され、非断熱的に一次元光格 子が立ち上がる。一次元光格子を時間 τ 維持し、異なる振動準位の重ね合わ せを形成した後、音響光学素子 (AOM) によって非断熱的にレーザーを切り、 一次元光格子を切った。その後、図 5.1.3 のように吸収撮像を行い、原子の 運動量成分を観測した。この実験を一次元光格子の維持時間 τ を変えながら 行った。

次に、先のポッケルスセルとは別のポッケルスセルに-0.5kV の電圧をかけ、 同様の実験を行った。



図 5.1.2: 実験手順 2:片方のみのポッケルスセルに 0.5kV かける



図 5.1.3: 実験手順3:吸収撮像を行う

5.2 実験結果

0.5kV の電圧をポッケルスセルにかけた時の吸収撮像による画像は図 5.2.1 、-0.5kV の電圧をポッケルスセルにかけた時の吸収撮像による画像は図 5.2.2 である。画像の下に書かれている時間は、一次元光格子を維持していた時間 τ である。この画像より、運動量成分の時間発展が観測できていることが分 かる。



図 5.2.1: 0.5kV かけたときの吸収撮像画像



図 5.2.2: -0.5kV かけたときの吸収撮像画像

また PBS で反射しているパワーの時間変化は、0.5kV と-0.5kV の時でそ れぞれ図 5.2.3 の黄色のグラフ、図 5.2.4 の紫色のグラフである。一次元光格 子を維持していた時間 τ はそれぞれ 45μ s、 30μ s である。一度小さくパワー が減るのは、ポッケルスセルに電圧がかけられ、PBS の反射光の一部が折り 返されたことによるものである。このパワーを維持する時間が τ である。次 に、大きくパワーが減るのは、レーザーが AOM により切られたことによる ものである。



図 5.2.3: 0.5kV かけたときのフォトディテクターの応答



図 5.2.4: -0.5kV かけたときのフォトディテクターの応答

第6章 本実験系での |C_i(0, t)|²計 算法

この章では、本実験系における $|C_i(0,t)|^2$ を計算する。光格子の立ち上が り時間、楕円ガウシアンビームによる光格子ポテンシャルの形状を評価し、 最後に原子分布を考慮した $|C_i(0,t)|^2$ の計算方法を示す。

6.1 光格子の立ち上がり時間による $|C_i(0,t)|^2$ の変化

光格子の立ち上がり時間による変化を評価する。図 4.3.1 よりポッケルス セルに対する印加電圧が 0.5kV の時、立ち上がり時間は 5 μ s であった。この 時間に対する $|C_i(0,t)|^2$ の変化を調べる必要がある。シミュレーションにお いて、立ち上がり時間が 0 μ s と 5 μ s のグラフはそれぞれ図 6.1.1 の点線と実 線になる。



図 6.1.1: 立ち上がり時間 0µs(点線)と 5µs(実線)による各運動量成分の 時間発展

次に、立ち上がり時間が 0µs のシミュレーショングラフを横に移動してい き、立ち上がり時間が 5µs のシミュレーショングラフと重なるかを調べる。 なぜこのようなことを行うかというと、2章では立ち上がり時間を含めてお らず、また含めるとどうしても解析に時間がかかってしまう。しかし、単純 に立ち上がり時間が 0µs のシミュレーショングラフを横にずらすだけで立ち 上がり時間を含めることが出来たら解析がしやすくなるためである。立ち上 がり時間が 0µs の 0ħk のシミュレーショングラフを横にずらしていき、立ち 上がり時間が 5µs の 0ħk のシミュレーショングラフとの差の二乗をプロット すると図 6.1.2 となった。



図 6.1.2: tµs ずらしたときの差の二乗

この図より、立ち上がり時間が 0 μ s のシミュレーショングラフを 3 μ s ずら せば立ち上がり時間が 5 μ s のシミュレーショングラフと重なることが確認で きる。よって、立ち上がり時間が 0 μ s の時のシミュレーショングラフを 3 μ s ず らせば、立ち上がり時間 5 μ s を考慮に入れることが出来る。実際に 3 μ s ずら すと図 6.1.3 となり、立ち上がり時間 0 μ s のシミュレーショングラフと立ち上 がり時間 5 μ s の 0 \hbar k のシミュレーショングラフが重なることが確認できた。



図 6.1.3: 立ち上がり時間 0µs を 3µs ずらしたグラフ(点線)と立ち上がり時間 5µs のグラフ(実線)

6.2 楕円ガウシアンビームによる光格子の形状

2章で計算している一次元光格子ポテンシャルの形状は無限に同じポテン シャルが繰り返されるとして計算されている。しかし実験では、楕円ガウシ アンビーム(ビームウェストは長軸が 41μm、短軸が 27μm である。楕円ガウ シアンビームの規格化された電場の式は、付録 H である。)を使用している ことにより、同じ一次元光格子ポテンシャルが繰り返されることはない。そ のため、その変化がどの程度であるかを評価する必要がある。作成される一 次元光格子は図 6.2.1 のようになる。図 6.2.1 にあるように一次元光格子が立 ち上がる方向を x 方向、一次元光格子がない方向を y 方向とする。図 6.2.1 において一次元光格子の周期を1としたときに約51程度しか表示していない が、実際に原子が分布している範囲は、x 方向と y 方向ともに 701 程度であ る。2章で計算しているように計算を行うには、y軸に垂直な断面における x 方向の一次元光格子ポテンシャルが変化していないことが必要である。実際 に、y = -69l/2からy = 69l/2でyの値をlずつ変えながら断面を取り、断 面における一次元光格子ポテンシャルの最小値が最大値の何% ずれているか をプロットしたものが図 6.2.2 である。最大でも約 1%のずれしかないため、 近似として2章で計算しているように行う。次に、y方向の影響について述べ る。ガウシアンビームにより y 方向において、原子が分布している範囲での 中心部分(y = 0)と端の部分(y = ±69l/2)では、一次元光格子ポテンシャ ルが変化する。x = l/2の断面でy = -69l/lからy = 69l/2でyの値をlず つ変えながら一次元光格子ポテンシャルの値が y = l/2の時の一次元光格子 ポテンシャルに対して何% ずれているかをプロットしたものが図 6.2.3 であ る。これより最大で約35%のずれがある。そのため、バンドの計算を行うに あたり、yの値により一次元光格子ポテンシャルが変化することに注意する 必要がある。x 方向と y 方向でずれが大きく違うのは、x 方向は折り返され たレーザーがあるが、y方向は折り返されたレーザーがないためである。



図 6.2.1: 一次元光格子ポテンシャル



図 6.2.2: y 軸に垂直な面での一次元光格子ポテンシャルのずれ



図 6.2.3: x = l/2 に垂直な面での一次元光格子ポテンシャルのずれ

6.2.1 本実験系での $|C_i(0,t)|^2$ シミュレーション

前で述べたように実際にバンド計算を行うには、一次元光格子の立ち上が り時間、楕円ガウシアンビームによる一次元光格子ポテンシャルの形状を考 慮しなければいけない。また、ポテンシャルに対する原子集団の分布も考慮 しなければならない。使用する冷却原子はBECであるため、原子分布はト ラップしている調和振動子型ポテンシャルによって決まる(図 6.2.4)。すな わち、*x*軸に垂直な断面では原子分布は二次関数で表すことが出来る。また、 一次元光格子ポテンシャルを計算する際に、図 2.1.2 のようにガラスセルに 角度をつけて入射している。そのため、角度に応じた反射率を考慮する必要 がある。また、使用しているレンズや PBS の透過率も考慮する必要がある。 計算方法は以下のように行う。レーザーの強度をポテンシャル *E_R* に変換す るために [7] を参照している。

y軸に対し垂直方向に一次元光格子の周期lごとに 70 分割する。一次元光格 子ポテンシャルは分割された領域における最大値を指定する。そして、分割 領域においてそれぞれ指定された一次元光格子ポテンシャルで $|C_i(0,t)|^2$ の 計算を行う。その後、分割領域ごとに計算された $|C_i(0,t)|^2$ に原子分布の割 合をかけ、それぞれを足し合わせる。



図 6.2.4: 原子分布

第7章 光格子ポテンシャルの決定

シミュレーション $|C_i(0,t)|^2$ で実験結果のフィッティングを行い、一次元光 格子ポテンシャルを決定した。 $|C_i(0,t)|^2$ と画像の関係として、画像の左側か らi = -2、i = -1、i = 0、i = 1、i = 2とする(図7.0.1)。また運動量は $-4\hbar k$ 、 $-2\hbar k$ 、 $0\hbar k$ 、 $2\hbar k$ 、 $4\hbar k$ に対応している。シミュレーションにおいて、 変化させる値は、折り返したレーザーのパワーである。また、グラフの E_R の値は、折り返したレーザーのパワーから計算される最大の一次元光格子ポ テンシャルである。



図 7.0.1: $|C_i(0,t)|^2$ との比較のための i の値と画像の関係

7.1 0.5kVの時

0.5kVの時の結果は図 7.1.1 と図 7.1.2 である。点が画像解析によるもので あり、曲線がフィッティングによるものである。

フィッティングの式に対して一致した。これより一次元光格子ポテンシャル の最大値は 26 E_R 程度であった。しかし、図 5.2.3 にある実測したパワーに よる光格子ポテンシャルの最大値は 8 E_R であり、シミュレーションの値であ る 26 E_R に比べて、小さい値であった。



図 7.1.1: フィッティング結果:赤は – 4ħk,青は – 2ħk,黒は 0ħk を示す



図 7.1.2: フィッティング結果:青は 2ħk,赤は 4ħk を示す

7.2 -0.5kVの時

-0.5kVの時の結果は図 7.2.1 と図 7.2.2 である。点が画像解析によるものであり、曲線がフィッティングによるものである。



図 7.2.1: フィッティング結果:赤は – 4ħk,青は – 2ħk,黒は 0ħk を示す



図 7.2.2: フィッティング結果:青は 2ħk,赤は 4ħk を示す

図 7.2.1 と図 7.2.2 より -4ħk、- 2ħk、4ħk は十分一致していることが確認 できるが、0ħk、2ħk において周波数は一致したが、振幅が一致していないこ とが分かる。これは、以下の理由によるものである。本来、原子集団は1つだ けであり、±2ħk、0ħk に分裂する(図 7.2.3 の右側)はずであるが、-0.5kV の電圧をかけ観測していた時には、図 7.2.3 の左側のように主なる原子集団 の横に小さな原子集団が存在していた。そのため解析する際に図 7.2.4 の点 線のように –2ħk、0ħk、2ħk が決定され、0ħk の割合が増加し、2ħk の割合 が減少したためと考えられる。



図 7.2.3: 主なる原子集団と小さな原子集団



図 7.2.4: 解析する際における -2ħk、0ħk、2ħk の区分

実際に以下のように観測できた。一次元光格子を維持する時間を数 ms と したときと 350µs としたときに、解析するグラフはそれぞれ、図 7.2.5 の青線 と黒線になる。青線から分かるように確かに小さな原子集団がいることが確 認できた。本来であれば、-2ħk、0ħk、2ħk は左図のように決定されるべき であるが、350µs を解析する際には、小さな原子集団は埋まってしまい、図 の右のように -2ħk、0ħk、2ħk が決定された。

これより一次元光格子ポテンシャルの最大値は 8*E*_R 程度であった。また、図 5.2.4 にあるように実測したパワーによる光格子ポテンシャルは 16*E*_R であ り、シミュレーションの値である 8*E*_R に比べて、大きい値であった。



図 7.2.5: 小さな集団の分裂が埋もれている様子:青線は数 ms、黒線は 350µs の解析グラフ

第8章 まとめと今後の課題

光格子ポテンシャルの深さを測定することを目的として、光格子を非断熱 的に操作するための装置を作成した。

以上の結果から、非断熱的操作によって誘起された原子の運動量成分に関 する時間発展を測定し、それをシミュレーションと比較することで、一次元 光格子ポテンシャルを推定することに成功した。

また、ポテンシャルの実測値と理論値との間の齟齬について、今後原因を究 明する必要性がある。

参考文献

- W. S. Bakr, A. Peng, M. E. Tai, R. Ma, J. Simon, J. I. Gillen, S. Fölling, L. Pollet, and M. Greiner. Probing the superfluid-to-mott-insulator transition at the single-atom level. *Science*, June 2010.
- [2] Manuel Endres Marc Cheneau Immanuel Bloch & Stefan Kuhr Jacob F. Sherson, Christof Weitenberg. Single-atom-resolved fluorescence imaging of an atomic mott insulator. *Nature*, Vol. 467, No. 7311, pp. 68–72, August 2010.
- [3] Martin Miranda, Ryotaro Inoue, Yuki Okuyama, Akimasa Nakamoto, and Mikio Kozuma. Site-resolved imaging of ytterbium atoms in a twodimensional optical lattice. *Phys. Rev. A*, Vol. 91, p. 063414, Jun 2015.
- [4] J Hecker Denschlag, J E Simsarian, H Hffner, C McKenzie, A Browaeys, D Cho, K Helmerson, S L Rolston, and W D Phillips. A bose-einstein condensate in an optical lattice. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, Vol. 35, No. 14, p. 3095, 2002.
- [5] Martin Santiago Miranda. All optical method to create a twodimensional condensate of yb atoms under the surface of a solid immersion lens. Master's thesis, 東京工業大学, 2013.
- [6] 反保尚基. イッテルビウム光格子系における各サイトの原子数測定に向け た光会合分光,卒業論文,東京工業大学,2015.
- [7] Yurii B. Ovchinnikov Rudolf Grimm, Matthias Weidemller. Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics, Vol. 42. Academic Press, 2000.
- [8] 賢一畠山. 初めて学ぶ電磁遮へい講座:実・践・講・座. 科学技術:知見の泉. 科学技術出版, つくば, Japan, 4 2013.
- [9] 佐々木愛一郎. Tama300 における 300m fabry-perot 共振器の開発. Master's thesis, 理学系研究科物理学専攻 66078, 1998.

謝辞

本研究に当たり多くの方々に、助けていただきました。この場をかりて感 謝を述べたいと思います。指導教官である上妻幹旺教授にはこの1年間で多 くのことでお世話になりました。物理においては、資料やミーティングによ り、新たな知識を得ることができました。また、基本的なことである、発表 や資料の作り方などを教えていただきました。井上良太郎助教授には、本実 験での理論計算の方法、消光比データの取り方のアドバイス、データ解析の アドバイスや実験における問題点の理由をともに考えていただき本研究を助 けていただきました。修士課程2年の正村泉さんには、本研究における基本 的な回路の知識や、実際の回路作成において大いに手助けをしていただきま した。修士課程2年の西田慶次さんには、研究の進捗状況をきにかけてくれ たり、発表資料作成の際に参考させていただきました。修士課程1年の反保 尚基さんには、実験をおこなう上で重要な実験の原理、本研究における計算 方法や実験操作の手助けをしていただきました。また、私が疑問に思ったこ とに対して、共に考えていただいたり、しっかりと説明をしていただきまし た。修士課程1年の宮澤裕貴さんには、基本的な光学系の操作方法や原理つ いて反保さんと共に教えていただきました。また、私が疑問に思ったことに 対して、しっかりと説明をしていただきました。博士課程の Miranda Martin さんには、実験における系の詳細についての資料として論文を大いに参考さ せていただきました。本研究をするにあたり、東京工業大学の金森英人准教 授よりポッケルスセルの電源である SL15P60/100 や HTS201-01GSM を貸し ていただきました。最後に大学生活4年間、経済的支援と精神的支援をして くれた家族に感謝します。

付 録 A ゼーマン減速

原子オーブンで昇華した Yb 原子が出射される。その後トラップできるように Yb 原子を減速しなければならない。減速の方法としてゼーマン減速を 用いる。ゼーマン減速とは、出射された Yb 原子に対して、対向するレーザー 光を照射することによる輻射圧を利用し、減速させることである。光の輻射 圧 F は

$$F = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \tag{A.0.1}$$

$$s = \frac{I/I_s}{1 + \left(2\delta/\Gamma\right)^2} \tag{A.0.2}$$

で表される。ここでsは飽和パラメーター、 I_s は飽和強度、 Γ は自然幅、 δ は 共鳴周波数からの離調である。原子がレーザー光に常に共鳴しているとする と、原子の減速度aは、

$$a = \frac{F}{m} = \frac{\hbar k \Gamma}{2m} \frac{s}{1+s} \tag{A.0.3}$$

で表され、 $s \rightarrow \infty$ における減速度は

$$a_{max} = \frac{\hbar k\Gamma}{2m} \tag{A.0.4}$$

となる。実験で使用する ${}^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ 遷移において「Yb について」(作成する)の値で計算すると $a_{max} = 5.01 \times 10^5 \text{m/s}^2$ となる。出射の速度を $v_0 =$ であるので速度を十分に落とすには

$$d = \frac{v_0^2}{2a_{max}} \simeq$$
後で記入 mm (A.0.5)

の長さが必要である。

しかし、原子が速度 Δv 変化すると、共鳴周波数はドップラー効果によって $\Delta \omega = k \Delta v$ だけずれる。それにより原子が遅くなるにつれうまく冷却できな くなる。そこで、磁場をかけ、ゼーマンシフトを利用し共鳴周波数を変化さ せることにより、ドップラー効果によるずれを補正する (図 A.0.1)。初速を v_0 、x での速度を v(x)、磁場を B(x) とすると

$$\alpha B(x) = k \left(v(0) - v(x) \right)$$

$$B(x) = \frac{kv(0)}{\alpha} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{x}{d}} \right)$$

$$B(x) = B(0) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{x}{d}} \right)$$
(A.0.6)

を満たす。ただし、 $B(0) = \frac{kv(0)}{\alpha}$ である。



図 A.0.1: ゼーマン減速機による共鳴周波数変化 、kv はドップラー効果に よる周波数のずれ、 ω :レーザー周波数、 ω_0 ゼーマンシフトがない時の共鳴周 波数

付 録 B 磁気光学トラップ (MOT)

磁気光学トラップ (MOT) により、原子の位置を固定することが出来る。 アンチヘルムホルツコイルを用いて、四重極磁場を作成する。作成される磁 場は、中心で最も小さくなり、中心から離れるにつれ磁場は大きくなる。そ のため、中心から離れるにつれゼーマン分裂の大きさが大きくなっていく。 x, y, z軸方向について行っているが、簡単のためx方向のみについて考え る。磁場をx軸正方向にかけ、量子化軸をx軸正方向とする。また、 σ^+, σ^- は原子をm = +1, -1状態に励起させる。レーザー周波数の離調 δ を負にと り、原子にx軸正負方向から σ^-, σ^+ レーザーを照射する。原子がx > 0の 方へ動くと、 σ^- による輻射圧が増加し、 σ^+ による輻射圧が減少するため、 x軸負方向に力が働く。原子がx < 0の方へ動くと、 σ^+ による輻射圧が増 加し、 σ^- による輻射圧が減少するため、x軸正方向に力が働く。よって復元 力となる(図 B.0.1)。これを3方向から行うことによって原子をトラップす ることが出来る。



図 B.0.1: 磁気光学トラップ (MOT)

付録C ドップラー冷却

ゼーマン減速機によって速度が落とされた Yb 原子の速度をさらに落とす 方法としてドップラー冷却がある。ゼーマン減速の説明の際に、原子が速度 を持つことによって、原子が感じる周波数がずれることを説明した。これを 利用し、さらに減速させる。原子に x 軸正、負方向(実際には x, y, z 軸それ ぞれの正、負方向)から光 (離調 $\delta < 0$)を照射する。この際、原子が x 軸正 方向に動いているとすると、x 軸正方向からの光による輻射圧の方が x 軸負 方向からの光による輻射圧より大きくなるため、復元力となる(図 C.0.1)。x軸正、負方向からの光による輻射圧をそれぞれ F_+ 、 F_- とすると、輻射圧の 合計 F は式 (A.0.1) より





図 C.0.1: ドップラーシフトの原理

付録D 光双極子トラップ

原子に非共鳴なレーザーを照射すると、電場の2乗に比例したエネルギー シフトが起こる (AC Stark Shift)。離調δを負のとるとレーザーの強度が上 がるにつれ基底状態のエネルギーが下がるため、レーザー内に原子をトラッ プすることが出来る。レーザーはガウシアンビームであるから、中心部分に 原子がトラップされる。また、レンズにより、レーザーの焦点を作ることに より、焦点位置に原子をトラップすることが出来る。すなわち、焦点位置を 動かすことにより、原子のトラップの位置を動かすことが出来る。

付 録 E 蒸発冷却

蒸発冷却は選択的に運動量が大きいものをトラップから排除することによ り、温度を下げる方法である。排除する方法は以下の通りである。レーザー にトラップされている原子集団は、レーザーの中心から遠のくにつれ運動量 が大きい原子の割合が増加する。そこで、トラップしているレーザーよりさ らに細いレーザーを入れる。次に、トラップしていたレーザーを切ることに より、選択的にレーザーの中心から遠い位置にある運動量が大きい原子を排 除することができ、温度が下げられる。

付 録 F 電磁波の遮蔽

この付録を書くにあたり [8] を参考にしている。この付録では、まず平面 波の伝搬を説明し、電磁波の遮蔽について説明する。

F.1 平面波の伝搬

平面波が *z* 方向に進行しているとし、電界 *E*、磁界 *H* をそれぞれ *E* = $(0, E_x, 0)$ 、 *H* = $(0, H_y, 0)$ とする。電界 *E*、磁界 *H* が角周波数 $\omega = 2\pi f$ で 振動するとき、マックスウェル方程式は

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{j} = i\omega\epsilon\boldsymbol{E} + \sigma\boldsymbol{E}$$
(F.1.1)

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = -i\omega\mu\boldsymbol{H}$$
(F.1.2)

となる。ここで ϵ 、 σ 、 μ は、媒質の誘電率、透磁率、導電率である。式 (F.1.1)、 (F.1.2) のそれぞれに $E = (0, E_x, 0)$ 、 $H = (0, H_y, 0)$ を代入すると

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = i\omega\epsilon E_x + \sigma E_x \tag{F.1.3}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -i\omega\mu H_y \tag{F.1.4}$$

となる。この2つの式より

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = i\omega\mu(i\omega\epsilon + \sigma)E_x \tag{F.1.5}$$

となる。ここで $E_x = E_0 e^{-\gamma z} e^{i\omega t}$ とすると

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \gamma^2 E_x \tag{F.1.6}$$

となり、式 (F.1.5)、(F.1.6) を比べると、 $\gamma = \pm \sqrt{i\omega\mu(i\omega\epsilon + \sigma)}$ となるが、便 宜上 $\gamma = \sqrt{i\omega\mu(i\omega\epsilon + \sigma)}$ とし、解は $\pm \gamma$ とする。このとき γ 、 $-\gamma$ に対する 振幅を E_+ 、 E_- とすると

$$E_x = E_+ e^{-\gamma z} e^{i\omega t} + E_- e^{\gamma z} e^{i\omega t}$$
(F.1.7)

と表せる。式 (F.1.4)、(F.1.7) より

$$H_y = \sqrt{\frac{i\omega\epsilon + \sigma}{i\omega\mu}} E_+ e^{-\gamma z} e^{i\omega t} - \sqrt{\frac{i\omega\epsilon + \sigma}{i\omega\mu}} E_- e^{\gamma z} e^{i\omega t}$$
(F.1.8)

$$ZH_y = E_+ e^{-\gamma z} e^{i\omega t} - E_- e^{\gamma z} e^{i\omega t}$$
(F.1.9)

となる。ここで

$$Z = \sqrt{\frac{i\omega\mu}{i\omega\epsilon + \sigma}} \tag{F.1.10}$$

とし、これを波動インピーダンス、または特性インピーダンスという。 真空の誘電率、透磁率、導電率を ϵ_0 、 μ_0 、 σ_0 媒質の誘電率、透磁率、導電率 を ϵ 、 μ 、 σ 比誘電率、比透磁率、比導電率を ϵ_r 、 μ_r 、 σ_r とすると

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$
$$\mu = \mu_0 \mu_r$$
$$\sigma = \sigma_0 \sigma_r$$

となる。よって

$$Z = \sqrt{\frac{i\omega\mu_0\mu_r}{i\omega\epsilon_0\epsilon_r + \sigma_0\sigma_r}}$$

と表せる。また、空気中において導電率は0であるため空気中の波動インピー ダンス Z₀ は

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

となる。

次に電磁波の伝搬の計算方法である四端子行列について説明する。



図 F.1.1: z = 0, d における電界と磁界

z 正方向、負方向に進む電磁波が存在し、各位置における電磁界は二つの成 分の合成である (図 F.1.1)。 *z* = 0,*d* において式 (F.1.7)、(F.1.9) はそれぞれ

$$\begin{cases} E_2 = E_+ e^{i\omega t} + E_- e^{i\omega t} \\ ZH_2 = E_+ e^{i\omega t} - E_- e^{i\omega t} \end{cases}$$
(F.1.11)

$$\begin{cases} E_1 = E_+ e^{-\gamma d} e^{i\omega t} + E_- e^{\gamma d} e^{i\omega t} \\ ZH_1 = E_+ e^{-\gamma d} e^{i\omega t} - E_- e^{\gamma d} e^{i\omega t} \end{cases}$$
(F.1.12)

となる。式 (F.1.11)、(F.1.12) より

$$\begin{cases} E_2 = E_1 \cosh \gamma d + ZH_1 \sinh \gamma d \\ H_2 = E_1 \frac{1}{Z} \sinh \gamma d + H_1 \cosh \gamma \end{cases}$$

となる。よって

$$\begin{pmatrix} E_2 \\ H_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \gamma d & Z \sinh \gamma d \\ \frac{1}{Z} \sinh \gamma d & \cosh \gamma d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ H_1 \end{pmatrix}$$
(F.1.13)

となる。

F.2 電磁波の遮蔽



図 F.2.1: シールド入りの z = 0, d における電界と磁界

電磁波が z 正方向に向かって進んでいるとする。このとき z = 0 における 入射波、反射波を E_{2+} 、 E_{2-} とし、z = d における透過波を E_{1+} とする図 F.2.1。z < 0 における E_2 、 H_2 は式 (F.1.9) より

$$E_2 = E_{2+} + E_{2-} \tag{F.2.1}$$

$$H_2 = \frac{1}{Z_0} \left(E_{2+} - E_{2-} \right) \tag{F.2.2}$$

である。また同様にz > dにおける E_1 、 H_1 は

$$E_1 = E_{1+}$$
 (F.2.3)

$$H_1 = \frac{1}{Z_0} E_{1+} \tag{F.2.4}$$

である。式 (2.1.5)~(F.2.4) より入射波と透過波の比である透過係数 T は

$$T = \frac{E_{2+}}{E_{1+}} = \frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$$
(F.2.5)

となる。ここで

$$\begin{pmatrix} \cosh \gamma d & Z \sinh \gamma d \\ \frac{1}{Z} \sinh \gamma d & \cosh \gamma d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

としている。よってシールド効果 SE[dB] は

$$SE = -20 \log |T|$$

= $-20 \log \left| \frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D} \right|$
= $-20 \log \left| \frac{4k}{(k+1)^2} \right| - 20 \log \left| e^{-\gamma d} \right| - 20 \log \left| 1 - \left(\frac{k-1}{k+1} \right)^2 e^{-2\gamma d} \right|^{-1}$
(F.2.6)

となる。ただし、 $k = Z_0/Z$ である。式 (F.2.6) はシェルクノフの式といい、 第1項、第2項、第3項はそれぞれシールド表面における反射損失、シール ド板内での減衰損失、シールド板内の反射項である。

F.3 導体中の複素誘電率について

マックスウェル方程式より

$$abla imes oldsymbol{E} = -rac{\partial oldsymbol{B}}{\partial t}$$

であり、この両辺の rot をとれば、

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{E}) + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \boldsymbol{B} = 0$$

となり、マックスウェル方程式 $\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t} + j \geq \nabla \times (\nabla \times A) = \nabla (\nabla \cdot A) - \Delta A$ より導体中において上式は

$$\nabla \left(\nabla \cdot \boldsymbol{E} \right) - \Delta \boldsymbol{E} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\mu \sigma \boldsymbol{E} + \mu \epsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \right) = 0$$
$$\Delta \boldsymbol{E} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\mu \sigma \boldsymbol{E} + \mu \epsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \right)$$

となる。このとき、 $\boldsymbol{E}\left(\boldsymbol{r},t
ight)=\boldsymbol{E}\left(\boldsymbol{r}
ight)e^{i\omega t}$ とすると

$$\Delta \boldsymbol{E} = \left(i\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\epsilon\right)\boldsymbol{E}$$

となる。ここで

$$\epsilon_n = \epsilon - i\frac{\sigma}{\omega} \tag{F.3.1}$$

とすると

 $\Delta \boldsymbol{E} = -\epsilon_n \mu \omega^2 \boldsymbol{E}$

であり、これは J が存在しない真空中の波動方程式

$$\Delta \boldsymbol{E} = -\epsilon \mu \omega^2 \boldsymbol{E}$$

と同様の式である。ここで式 (F.3.1) は複素誘電率という。

F.4 減衰によるシールド効果

今回の実験においてケーブルから発生する電磁波の抑制が目的であるため、減衰によるシールド効果について考える。銅の場合、式 (F.3.1) において $\sigma = 6.45 \times 10^7 \text{S/m}, f = 10 \text{GHz}$ とすると $\sigma/\omega = 1.03 \times 10^{-3}$ となる。これ に対して ϵ は十分に小さいと考えられ

$$\epsilon_n \cong -i\frac{\sigma}{\omega}$$

とする。これより

$$\gamma = \sqrt{i\omega\mu(i\omega\epsilon + \sigma)}$$
$$= \sqrt{i\omega\mu \times i\omega\epsilon_n}$$
$$\cong \sqrt{i\omega\mu\sigma}$$
$$= \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}(1+i)$$

よって式 (F.2.6) における減衰損失の項は

 $-20\log e^{-\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}d} = -20\log e^{-\frac{d}{\delta}}$

となる。ここで $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$ を表皮深さという。(γ においてマイナスを取らないのは減衰せずに発散してしまうため) アルミニウムと銅の表皮効果は図 F.4.1 に示す。



図 F.4.1: アルミニウムと銅の表皮効果

付 録 G ポッケルスセルの電源と MOSFET

使用するポッケルスセルには、約 |3.3|kV の電圧を掛ける必要がある。そのため、今回電源と MOSFET を東京工業大学金森研究室からお借りしました。MOSFET と電源とポッケルスセルは図 G.0.1 のようにつなぐ。ただし、 R1 = 68 Ω 、R2=1k Ω 、C=10nF とする。この値は、リンギングができるだけ起こらず、なるべく早く電圧がかけられるように設定している。



図 G.0.1: MOSFET とポッケルスセル

付 録 H 楕円ガウシアンビーム

この付録は [9] を参照している。規格化された z 軸方向に進む楕円ガウシ アンビームの電場の式は以下のとおりである。

$$E[x, y, z, t] = \left(\frac{2}{\pi\omega_{x0}\omega_{x0}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{ik\omega_{x0}}{2f(z)}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{ik\omega_{y0}}{2g(z)}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-i\left(\frac{kx^2}{2f(z)} + \frac{ky^2}{2g(z)} + kz - \omega t\right)\right]$$
(H.0.1)

また、

$$f(z) = (z - b_x) + i \frac{\pi \omega_{x0}^2}{\lambda}$$
(H.0.2)

$$f(z) = (z - b_y) + i \frac{\pi \omega_{y0}^2}{\lambda}$$
(H.0.3)

である。ここで、 ω_{x0} 、 ω_{x0} はそれぞれ x、y 軸方向のビームウェストサイズを 表し、 b_x 、 b_y はそれぞれのウェストポジションである(本実験では b_x 、 $b_y=0$ として計算している)。