



---

卒業論文

フェルミ縮退領域にある  
 $^{173}\text{Yb}$ 原子気体の生成

---

東京工業大学 理学部 物理学科  
高木 將登

指導教員 上妻 幹旺 教授

2017年3月



## 概要

光の定在波によって形成される周期的なポテンシャル中に、極低温の中性原子気体を導入した光格子系は、ハバードモデルでよく記述される。光格子は不純物や格子欠陥が存在しないことに加えて、光の強度を調整することで、格子中の原子の運動を制御することができる。このような光格子の実験技術が確立することで、量子物性の研究に極低温の原子気体を使う、これまでになかった画期的なアプローチが可能となった。この光格子にフェルミ原子気体を導入した系を用いる実験研究によって、フェルミ・ハバードモデルで記述される銅酸化物高温超伝導体の理解がさらに深まると期待されている。しかし、従来の冷却方法である蒸発冷却のみでは、極低温下での冷却効率が悪くなり、要求される温度まで到達することが難しい。そこで、我々は実空間で光格子中の Mott 絶縁体相を観測し、比較的大きなエントロピーを持つ原子を選択的に取り除くという方法でこの困難を克服したいと考えている。

本研究では、Mott 絶縁体相観測の準備として、フェルミ縮退領域にある  $^{173}\text{Yb}$  原子気体を生成した。 $^{173}\text{Yb}$  を対象としたレーザー冷却を最適化し、マイクロケルビンオーダーまで予備冷却した。さらに、蒸発冷却を行うことで、極低温下にあるフェルミ原子気体の生成に成功した。フェルミ原子気体の温度を評価する上で、 $T/T_F$  が良い指標である。ここで  $T_F$  はフェルミ温度を表す。極低温領域において、原子集団は量子統計的性質を示し、密度分布はトーマス・フェルミ分布で表現することができる。この分布の形状が  $T/T_F$  に依存していることを利用して  $T/T_F$  を推定した。また、温度とフェルミ温度を別個に求めてから、再度、 $T/T_F$  を評価した。温度  $T$  は従来の Time-of-flight 法を用いて実測し、フェルミ温度  $T_F$  については原子数やトラップ周波数から計算した。



# 目次

<b>第1章</b>	<b>序論</b>	<b>1</b>
1.1	研究の背景	1
1.2	研究の目的	2
<b>第2章</b>	<b>Ybのレーザー冷却</b>	<b>3</b>
2.1	Ybの性質	3
2.1.1	Ybの同位体	3
2.1.2	Ybのエネルギー準位	4
2.1.3	アイソトープシフト	5
2.2	レーザー冷却について	8
2.2.1	ゼーマン減速	8
2.2.2	磁気光学トラップ	9
2.2.3	蒸発冷却	10
<b>第3章</b>	<b>冷却フェルミ原子気体の物理</b>	<b>13</b>
3.1	フェルミ原子気体の量子統計力学	13
3.2	トーマス・フェルミフィッティングとガウシアンフィッティングのずれ	17
3.3	$T/T_F$ の評価方法	19
<b>第4章</b>	<b>フェルミ縮退領域までの冷却および温度評価</b>	<b>21</b>
4.1	測定手法	21
4.1.1	吸収撮像法	21
4.1.2	Time of flight 法	22
4.2	実験の手順	23
4.3	実験データ	26
4.3.1	磁気光学トラップ中の原子数および温度	26
4.3.2	Horizontal FORT中の原子数および温度	27
4.3.3	$T/T_F$ の評価(密度分布)	27
4.3.4	$T/T_F$ の評価(温度およびフェルミ温度の実測)	29

第5章 まとめ	35
付録A 光学系	37
A.1 ゼーマン減速 . . . . .	37
A.2 磁気光学トラップ . . . . .	38

# 目 次

2.1	Yb 原子のエネルギー準位 . . . . .	4
2.2	$F = 5/2 \leftrightarrow F' = 7/2$ 間の遷移強度 (数値は Clebsh-Gordan 係数の 二乗を表している) . . . . .	6
2.3	ゼーマン減速器 . . . . .	9
2.4	磁気光学トラップの簡単な模式図 . . . . .	10
3.1	フガシティー $\xi$ と $T/T_F$ の関係 . . . . .	15
3.2	$T/T_F=1.0$ における密度分布 . . . . .	18
3.3	$T/T_F=0.5$ における密度分布 . . . . .	18
3.4	$T/T_F=0.3$ における密度分布 . . . . .	19
3.5	$T/T_F=0.1$ における密度分布 . . . . .	19
4.1	実験系の図 . . . . .	24
4.2	FORT 光によるトラップと輸送 (1) . . . . .	24
4.3	FORT 光によるトラップと輸送 (2) . . . . .	25
4.4	FORT 光によるトラップと輸送 (3) . . . . .	25
4.5	FORT 光によるトラップと輸送 (4) . . . . .	26
4.6	各 TOF 時間における原子集団の拡がり と フィッティング曲線 . . . . .	26
4.7	Horizontal FORT 光にトラップされた原子集団の拡がり と フィッティ ング曲線 . . . . .	27
4.8	TOF 時間 8ms における原子集団の密度分布 . . . . .	28
4.9	角度方向に積算した場合のデータおよびフィッティング曲線 . . . . .	29
4.10	各 TOF 時間における原子集団の拡がり と フィッティング . . . . .	30
4.11	各 hold 時間に対する原子の $y$ 方向の位置 . . . . .	31
4.12	各 hold 時間に対する原子の $z$ 方向の位置 . . . . .	32
4.13	$xy$ 平面における吸収イメージング . . . . .	33
A.1	ゼーマン減速用の光学系 . . . . .	38
A.2	磁気光学トラップ用の光学系 . . . . .	39





# 第1章 序論

## 1.1 研究の背景

レーザー冷却による量子縮退気体の研究の進展が著しい。その中でも、光格子系を用いた物性研究が注目を集めている。この系はレーザー冷却によって極低温に冷却された原子集団を、光の定在波がつくる周期ポテンシャル(光格子)に導入したものであり、非常に良い精度でハバードモデルを再現している。さらに、不純物や格子欠陥がなく、光の強度を変えることで格子中の冷却原子の運動を制御できるため、量子多体系を研究するための舞台となっている。

光格子系を用いた研究の代表例として、銅酸化物高温超伝導のメカニズムを解明しようとする試みがなされている。銅酸化物高温超伝導体はペロブスカイト構造を基礎とした結晶構造を持つ物質である。この構造では、銅原子の周りに正八面体を形成するように酸素原子が並んでおり、銅と酸素からなる二次元  $\text{CuO}_2$  面の電子系が存在する。この二次元面において反強磁性的なスピンの揺らぎを介した電子対形成による d 波超伝導が発現する。この d 波超伝導が高温超伝導の起源とされている。フェルミ原子を導入した光格子系はフェルミ・ハバードモデルによく従う系になっているため、格子中の冷却原子を用いた実験研究によって、銅酸化物高温超伝導体と同じフェルミ・ハバードモデルで説明できるかどうか検証することができる。さらに、光格子の形状、ポテンシャル深さなどをかえつつ相転移温度を評価することも可能であり、得られた知見は材料合成に大きな指針を与えることになるだろう。

二次元光格子系中において d 波超伝導相が発現するためには、系の温度  $T$  とフェルミ温度  $T_F$  の比  $T/T_F$  を 0.01 程度まで下げる必要があると予想されている [1]。様々な研究グループが d 波超伝導の実現を目指して、温度を下げる努力をしている。例えば Harvard 大学の M. Greiner らのチームは、Li を対象とした実験を行い、長距離の反強磁性相関を観測することに成功しているが [2]、d 波超伝導の実現はされていない。

## 1.2 研究の目的

我々の研究室ではYb原子を対象とした研究を行っており、フェルミ同位体である $^{173}\text{Yb}$ を用いてd波超伝導相の実現を目指している。しかし、従来の冷却手段である蒸発冷却のみでは、パウリの排他律によって原子同士の衝突が制限されてしまい、極低温領域での冷却効率が悪くなるため、要求される温度まで到達することが難しい。そこで我々は、実空間で光格子中のMott絶縁体相を観測し、外縁部の比較的大きなエントロピーを持つ原子を選択的に取り除くフィルタリング冷却 [3] という手法を使って、この困難を克服したいと計画している。本研究では、Mott絶縁体相観測の準備として、フェルミ縮退領域にある $^{173}\text{Yb}$ 原子気体の生成を目指した。フェルミ縮退がなされた代表的な原子である $^{40}\text{K}$ や $^6\text{Li}$ ではなくYbを選んだ理由として、強い光学遷移が紫外領域にあるため、光格子を形成する赤外レーザーの吸収を防ぐことができる。また、超狭線幅遷移を持つため、トラップ中の原子を選択的に励起させることができるため、フィルタリング冷却に有利であると期待できる。

マイクロケルビン以下の極低温領域まで温度を下げると、原子気体は、古典的粒子の従うマクスウェル・ボルツマン分布から量子統計性を反映したトーマス・フェルミ分布に従うようになる。このトーマス・フェルミ分布の形状は、フェルミ縮退を評価する上で良い指標である $T/T_F$ に依存していることを利用して、原子集団の密度分布をトーマス・フェルミフィッティングし、 $T/T_F$ を求めた。本研究では、さらに、温度 $T$ とフェルミ温度 $T_F$ を別個に求めてから、再度 $T/T_F$ を評価した。温度 $T$ は従来のTime-of-flight法を用いて求め、フェルミ温度 $T_F$ は原子数やトラップ周波数を実測して求めた。

## 第2章 Ybのレーザー冷却

### 2.1 Ybの性質

#### 2.1.1 Ybの同位体

イッテルビウム (Yb) とは原子番号 70 の元素であり、ランタノイド系に属している原子である。Yb の電子配置はアルカリ土類金属と同様に、最外殻に二つの電子を持っており、基底状態においてはシングレット状態をとる。そのため、核スピン由来のわずかな磁気モーメントしか持たず、コヒーレンス時間が短い。Yb には 2 種類のフェルミ同位体と 5 種類のボソン同位体という豊富な同位体が存在している。本研究ではフェルミ同位体  $^{173}\text{Yb}$  を用いて研究を進めていく。d 波超伝導が発現するためには、原子間相互作用が斥力であること、すなわち、正の散乱長を持つことが必要であるが、 $^{173}\text{Yb}$  は 10.55nm という大きな散乱長を有しているため、量子シミュレーションを行う上で都合が良い。もう一つのフェルミ同位体  $^{171}\text{Yb}$  については、散乱長が負の値を取るため、本研究の目的に沿って実験を進めていく上では適切ではない。

また、量子シミュレーションを行うための原子種として Yb 原子を選択したが、その利点について述べる。フェルミ縮退がなされた代表的な原子  $^{40}\text{Na}$  や  $^6\text{Li}$  と比べて、強い光学遷移が紫外領域に存在しているため、光格子を形成するための赤外レーザーを吸収しにくくなり、加熱を防ぐことにつながる。d 波超伝導を実現するためには、温度を下げるのが重用であるため、このような Yb の性質は量子シミュレーションを行う上で有利に働く。もう一つの特徴は数 10mHz という狭線幅を持つ遷移が存在するという点である。量子気体顕微鏡を用いながら、エントロピーの高い原子を排除することで系の温度を下げる温度が提案されているが [3]、この際選択的に原子を排除するための方法の一つとして、狭線幅遷移の使用ができるということは Yb の持つ有益な特性である。

	ボソン同位体					フェルミ同位体	
質量数	168	170	172	174	176	171	173
自然存在比	0.13	3.05	21.9	31.8	12.7	14.3	16.12
核スピン	0	0	0	0	0	1/2	5/2

表 2.1: Yb 原子の同位体

### 2.1.2 Yb のエネルギー準位

本研究でレーザー冷却のために用いられた代表的な光学遷移を図 2.1 に表す。 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  遷移は選択則を満たす電気双極子許容遷移であり、太い自然幅を持つため、レーザー冷却におけるゼーマン減速や吸収撮像に使われる。 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  遷移は選択則を満たしていない禁制遷移であり、原子を捕獲する機構である磁気光学トラップに用いられている。これらの遷移の情報を表 2.2 にまとめた。

	波長	自然幅	寿命	飽和強度	限界温度
$^1S_0 \rightarrow ^1P_1$	398.9nm	$2\pi \times 29.1\text{MHz}$	5.46ns	$60\text{mW}/\text{cm}^2$	$690\mu\text{K}$
$^1S_0 \rightarrow ^3P_1$	555.8nm	$2\pi \times 182\text{kHz}$	875ns	$0.14\text{mW}/\text{cm}^2$	$4.4\mu\text{K}$

表 2.2: Yb 原子の遷移の情報

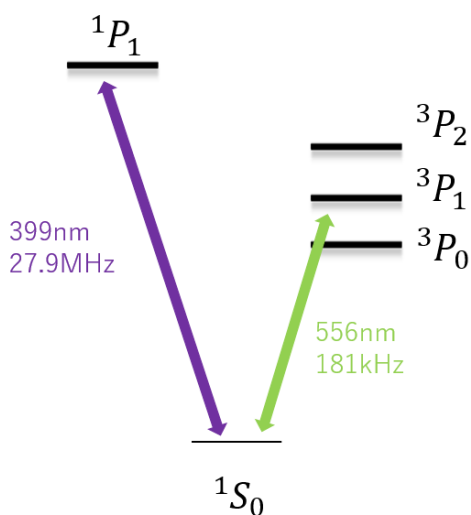


図 2.1: Yb 原子のエネルギー準位

### 2.1.3 アイソトープシフト

本研究では、すでに組み立てられている $^{174}\text{Yb}$ を対象とした実験系を利用して、 $^{173}\text{Yb}$ の実験を行う。使用されるレーザー光の周波数は $^{174}\text{Yb}$ の遷移周波数に対応するように調整されている。 $^{173}\text{Yb}$ を対象とした実験系に切り替えていく上で、アイソトープシフトによる遷移周波数のずれを考慮に入れる必要がある。

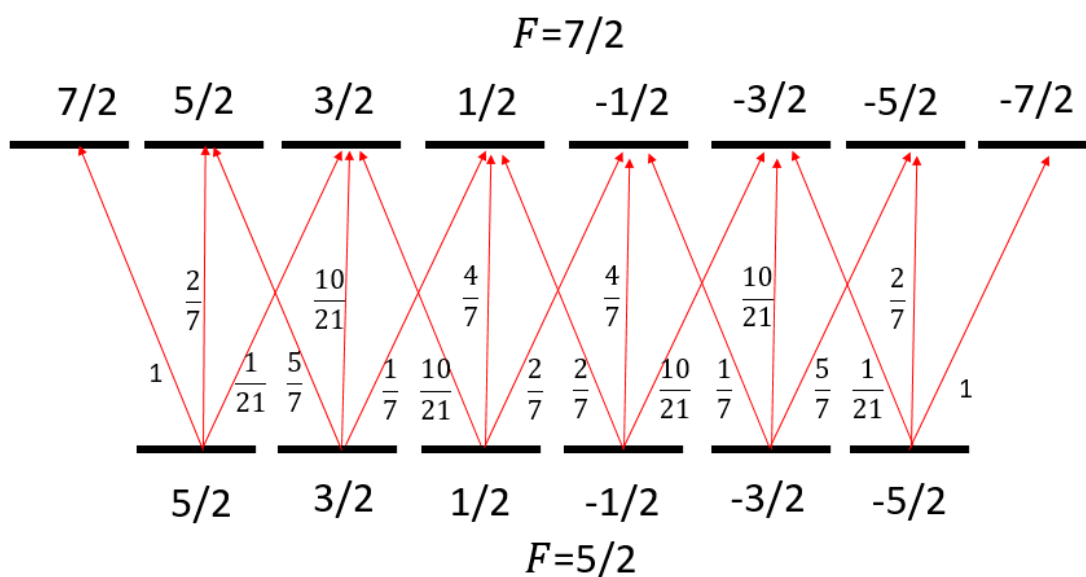
#### $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移

まずは $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移については、研究 [4] により $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 間の遷移のアイソトープシフトは測定されている。この結果を引用し、 $^{174}\text{Yb}$ を基準とした各同位体との周波数のずれを表 2.3 にまとめた。 $^{173}\text{Yb}$ は核スピン $I = 5/2$ を持ち、 $^1P_1$ では軌道角運動量 $L = 1$ であるため、核スピン運動量と軌道角運動量の合成により、 $^1P_1$ の全角運動量 $F'$ は $3/2$ 、 $5/2$ 、 $7/2$ の3通りの固有状態を構築する。本研究ではこの3つの固有状態のうち $F' = 7/2$ を利用して実験を行っていく。

ここで $F' = 7/2$ を選択する理由について述べておく。すでに組み立てられている $^{174}\text{Yb}$ の実験系のレーザー光は、基底状態を $|F, m_F\rangle = |0, 0\rangle$ から $|F', m_{F'}\rangle = |0, 1\rangle$ に遷移させるように、 $\sigma_+$ 円偏光状態をとっている。ここで $F, F'$ はそれぞれ基底状態と励起状態の全角運動量、 $m_F, m_{F'}$ は基底状態と励起状態の磁気副準位を示している。今回の研究で用いる $^{173}\text{Yb}$ は核スピン量子数 $I = 5/2$ を持つため、基底状態においては $|F, m_F\rangle = |5/2, -5/2\rangle, |5/2, -3/2\rangle, |5/2, -1/2\rangle, |5/2, 1/2\rangle, |5/2, 3/2\rangle, |5/2, 5/2\rangle$ の6つの状態が縮退している。レーザー光は $\sigma_+$ 円偏光を用いていることから、基底状態にある原子が励起する場合には $m_{F'} = m_F + 1$ を満たす磁気副準位に移る。一方、励起状態にある原子が基底状態に落ちるときには、光学遷移の選択則を満たす三つの磁気副準位の内の一つの準位に落ちる。 $F' = 5/2$ の固有状態を選ぶと、励起状態においては $|F', m_{F'}\rangle = |5/2, -5/2\rangle, |5/2, -3/2\rangle, |5/2, -1/2\rangle, |5/2, 1/2\rangle, |5/2, 3/2\rangle, |5/2, 5/2\rangle$ の6つの状態が存在する。原子が基底状態の磁気副準位 $m_F = 5/2$ に落ちてしまうと、 $m_{F'} = m_F + 1$ を満たす遷移が存在しないため、 $\sigma_+$ 円偏光を吸収しなくなってしまう。結果、最後まで冷却される原子数が減少してしまう。 $F' = 3/2$ の固有状態についても同様のことが言える。 $F' = 7/2$ であれば、 $|F, m_F\rangle = |5/2, 5/2\rangle \leftrightarrow |F', m_{F'}\rangle = |7/2, 7/2\rangle$ の閉じた遷移を利用することで、原子をロスすることなく冷却することができる。

表 2.3 を見ると $F' = 7/2$ の固有状態の場合のアイソトープシフトは、588MHzである。新たに音響光学素子(AOM)を光学系に組み込むことで、レーザー光の周波数を+588MHz離調させた。さらにULE共振器を用いて、この周波数を安定化させた。詳しい光学系については付録で後述する。

	アイソトープシフト (MHz)
$^{176}\text{Yb}$	- 509.310
$^{173}\text{Yb}(F'=5/2)$	- 253.418
$^{173}\text{Yb}(F'=3/2)$	515.975
$^{172}\text{Yb}$	533.309
$^{173}\text{Yb}(F'=7/2)$	587.986
$^{171}\text{Yb}(F'=3/2)$	832.436
$^{171}\text{Yb}(F'=1/2)$	1153.696
$^{170}\text{Yb}$	1192.393
$^{168}\text{Yb}$	1887.400

表 2.3:  $^{174}\text{Yb}$  を基準として各同位体との周波数のずれ (文献 [4] 参考)図 2.2:  $F = 5/2 \leftrightarrow F' = 7/2$  間の遷移強度 (数値は Clebsch-Gordan 係数の二乗を表している) $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  遷移

次に  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  については、先行研究 [5] により、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  間の遷移のアイソトープシフトは測定されている。この結果を引用し、 $^{176}\text{Yb}$  を基準とした各同位体との周波数のずれを表 2.4 にまとめた。表 2.4 から  $^{174}\text{Yb}$  と  $^{173}\text{Yb}(F' = 7/2)$  の共

鳴周波数のズレは-2388MHzであることがわかる。 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ の時と同様に光学上に AOM を組み込み、ULE 共振器のロックポイントを変えることで、-2388MHz 離調させたレーザーの周波数を安定化させた。詳しくは付録にて後述する。

	アイソトープシフト (MHz)
$^{174}\text{Yb}$	954.832
$^{173}\text{Yb}(F'=5/2)$	3266.243
$^{173}\text{Yb}(F'=3/2)$	4762.110
$^{172}\text{Yb}$	1954.852
$^{173}\text{Yb}(F'=7/2)$	- 1431.872
$^{171}\text{Yb}(F'=3/2)$	4759.440
$^{171}\text{Yb}(F'=1/2)$	- 1177.231
$^{170}\text{Yb}$	3241.177
$^{168}\text{Yb}$	4609.960

表 2.4:  $^{176}\text{Yb}$  を基準として各同位体との周波数のずれ (文献 [5] より参考)

## 2.2 レーザー冷却について

ここでは、フェルミ縮退領域まで冷却するために利用した冷却機構について説明していく。まずは各冷却機構を説明する上で欠かせないレーザーを用いた冷却の原理を簡単に述べる。レーザー冷却とは、レーザーの輻射圧を利用することで、原子を減速・冷却することができる手法である。輻射圧とは、原子が光子を吸収して光子のもつ運動量を受け取ることによる力であり、光の輻射圧は

$$\mathbf{F} = \hbar \mathbf{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \quad (2.1)$$

$$s = \frac{I/I_s}{1 + (2\delta/\Gamma)^2} \quad (2.2)$$

で与えられる。 $\mathbf{k}$ ,  $I$  はそれぞれ波数ベクトル、光の強度を示しており、 $\Gamma$  は自然幅、 $I_s$  は飽和強度、 $\delta$  は遷移の共鳴周波数からの離調を表している。

### 2.2.1 ゼーマン減速

オーブンから放出された原子ビームに対向するレーザー光を照射し、光の輻射圧によって原子を減速させる冷却手法をゼーマン減速という。(図 2.3)。比較的太い自然幅をもつ遷移  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  がゼーマン減速に適している。線幅が太いことは励起状態にいる寿命が短いことを意味しており、原子が光を吸収して放出を繰り返すサイクルの周期が短いため効率的に原子を減速することができる。原子オーブンから射出された原子は速度を持っているため、ドップラー効果により原子の感じる周波数は光の周波数より大きくなることを踏まえて、実験系のレーザー光の周波数は負の離調とっている。輻射圧により原子が減速していくと、ドップラー効果による影響が小さくなり、レーザー光の周波数と原子の感じる周波数の離調が大きくなり、輻射圧が小さくなってしまう。この状況を回避するために、磁場を印可することでゼーマンシフトを起こし、ドップラーシフト量の変化を補正する。結果、原子は一定の輻射圧を受け続けることになる。



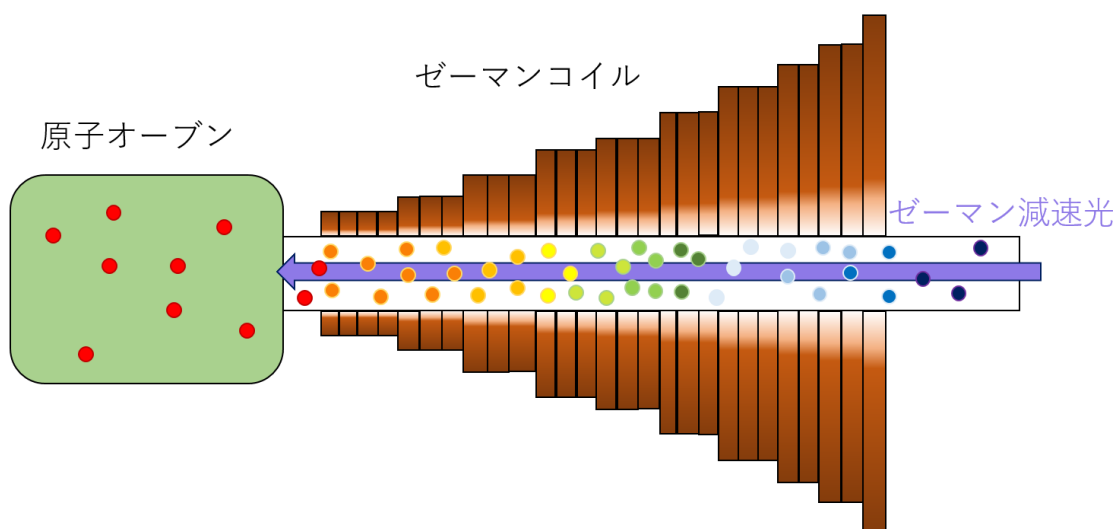


図 2.3: ゼーマン減速器

### 2.2.2 磁気光学トラップ

磁気光学トラップ (MOT) について説明する。磁気光学トラップは、アンチヘルムホルツコイルと 3 方向から互いに逆向きに照射された 6 本のレーザー光により、原子をトラップする手法である。磁気光学トラップには  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  遷移 (波長 556nm、線幅 181kHz) を利用している。簡単に説明するため、1次元で考えてみる。図 2.4 は  $^3P_1$  準位のゼーマンシフトと光がどのように共鳴しているかを表している。アンチヘルムホルツコイルによる四重極磁場が印可されているため、原点から離れるほど磁場は大きくなる。この磁場により磁気副準位がゼーマン分裂を起こす。量子化軸を  $x$  軸正方向にとると、 $x > 0$  においては磁気副準位  $m = -1$  が最も低いエネルギー状態となる。光の周波数は負に離調しているため、基底状態から磁気副準位  $m = -1$  の状態にシフトしやすい。つまり、 $x > 0$  においては  $\sigma_-$  の円偏光を多く吸収するため、 $-x$  方向に復元力が働く。一方、 $x < 0$  においては磁気副準位  $m = +1$  が最も低いエネルギー状態となるため、 $\sigma_+$  の円偏光を多く吸収するため、 $+x$  方向に復元力が働く。 $y, z$  方向に関しても同様の磁場の印可とレーザー光の照射を行うことで、同様の状態を 3次元に拡張し、原点に原子をトラップすることができる。

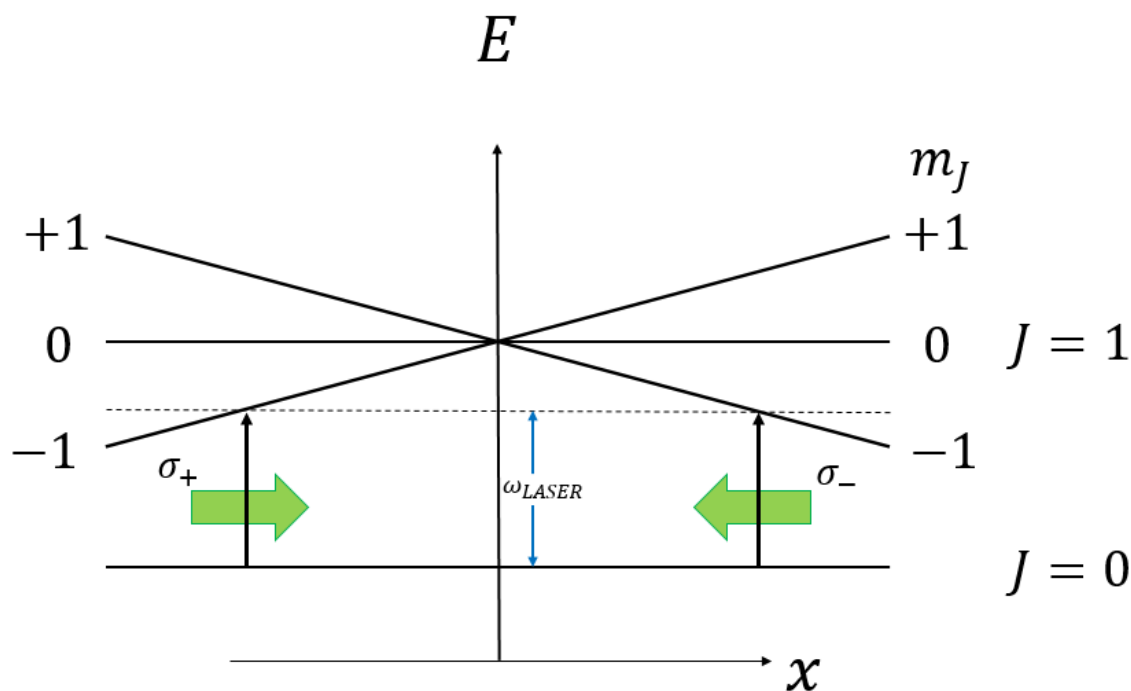


図 2.4: 磁気光学トラップの簡単な模式図

### 2.2.3 蒸発冷却

レーザー冷却によって冷却された原子は、非共鳴光を用いて形成された光双極子トラップで捕獲することができる。光双極子トラップとは、レーザー光によって誘起された電気双極子と光との相互作用によっておこるエネルギーシフトを利用してポテンシャルをつくり、原子をトラップさせることである。ポテンシャルを  $U(x)$  とおくと、

$$U(x) = -\frac{1}{2}\chi E_0^2 \quad (2.3)$$

で与えられる。ここで  $\chi$  は分極率である。またレーザー光強度の空間依存性に基づく力によって原子をトラップすることができる。本研究では赤方離調したガウシアンレーザーを用いているので、トラップポテンシャルの形状はガウシアンで与えられる。今後、この原理を用いたトラップを FORT (Far Off Resonance Trap) と表現していく。このポテンシャルの深さをだんだんと浅くしてトラップ中から

選択的に運動エネルギーの大きい原子を取り出し、冷却を行う方法が蒸発冷却である。この蒸発冷却で重要となるのが熱平衡化である。高温の原子を出して、その状態で熱平衡化させてからまたその中の高温の原子のみを取り出すことで、取り出す原子の数を抑えながら冷却することができる。



## 第3章 冷却フェルミ原子気体の物理

この章では、フェルミ縮退領域にある原子気体の振る舞いについて説明していく。高温・低密度の古典極限では、フェルミオンもボソンも同様に振る舞う。しかし、量子統計性が顔を出す低温・高密度の極限では、ボソンとフェルミオンは全く異なる性質を示す。

### 3.1 フェルミ原子気体の量子統計力学

ここでは文献 [6]などを参考に、相互作用をしないフェルミ気体の原子数やフェルミ温度などの熱力学的な物理量を、簡単な統計力学を用いて説明していく。調和ポテンシャル中における1粒子のハミルトニアン  $H$  は次式で与えられる:

$$H = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + \frac{m\omega_r^2}{2}(x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2) \quad (3.1)$$

ここで  $\lambda = \omega_z/\omega_r$  は、 $xy$  平面における動径方向のトラップ周波数と  $z$  方向のトラップ周波数の比を示している。また状態数密度については

$$g(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^2}{2\lambda(\hbar\omega_r)^3} \quad (3.2)$$

というエネルギー  $\varepsilon$  の関数で与えられる。この状態密度の近似は原子気体の温度が  $\hbar\omega$  より十分大きい時に成り立つものである。フェルミ分布関数は

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\xi \exp(\varepsilon/k_B T) + 1} \quad (3.3)$$

で与えられる。 $\xi (= e^{\mu/k_B T})$  はフガシティーと呼ばれており、フェルミ縮退領域にある原子気体の温度を評価する上で良い指標となる  $T/T_F$  を決定するパラメーターとなる。そのため、本研究の目的であるところのフェルミ縮退領域にある原子気体の生成に関して、フガシティーを求めることが肝要になってくる。フェルミ温度  $T_F$  についてはフェルミエネルギー  $E_F$  によって定義される。 $E_F$  は絶対零度  $T = 0$  下での調和ポテンシャル中の系状態において、フェルミ粒子によって占

有されている準位のうちで最も高い準位のエネルギーのことである。フェルミエネルギー  $E_F$  を求めるに当たって、絶対零度下  $T = 0$  における粒子数  $N$  についての方程式から導き出すことができる。

$$N = \int_0^{E_F} g(\epsilon) d\epsilon \quad (3.4)$$

この表式を用いることで、フェルミ温度  $T_F$  は原子数  $N$  とトラップ周波数  $\omega$  で表現することができる。

$$T_F = \frac{E_F}{k_B} = \frac{\hbar\omega_r}{k_B} (6\lambda N)^{1/3} = \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} (6N)^{1/3} \quad (3.5)$$

ここで用いられている原子数  $N$  については、特定の1方向にスピン偏極している原子数のことをさす。この式からフェルミ温度  $T_F$  を求める際には、原子数とトラップ周波数を実測すれば良いことを示している。さらに温度を評価する手法を活用することで、 $T/T_F$  を推定にすることにつながるため、フェルミ縮退領域にあるかどうか判断することができる。

前述したようにフガシティー  $\xi$  を求めることで  $T/T_F$  を評価することも可能であるが、その説明のためには、絶対温度  $T=0$  を想定した物理量を有限温度における数式で表す必要がある。有限温度における粒子数やエネルギーは PolyLog 関数を用いることで、数式的に表現することができる。

$$Li_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} x^k / k^n \quad (3.6)$$

$Li_n$  が  $n$  次の PolyLog 関数である。

$$\int_0^{\infty} d\epsilon \frac{\epsilon^n}{\frac{1}{\xi} e^{\epsilon/k_B T} + 1} = -(k_B T)^{1+n} \Gamma(1+n) Li_{1+n}(-\xi) \quad (3.7)$$

$\Gamma$  はガンマ関数である。この式を用いることで、有限温度における粒子数  $N = \int_0^{\infty} g(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon$  や理想気体の全エネルギー  $U = \int_0^{\infty} \epsilon g(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon$  は

$$N = -\frac{1}{\lambda} \left( \frac{k_B T}{\hbar\omega_R} \right)^3 Li_3(-\xi) \quad (3.8)$$

$$U = -\frac{3}{\lambda} \frac{(k_B T)^4}{(\hbar\omega_R)^3} Li_4(-\xi) \quad (3.9)$$

と与えられる。粒子数  $N$  の式をフェルミ温度  $T_F$  の定義式 (3.5) に代入すると

$$Li_3(-\xi) = -\frac{1}{6(T/T_F)^3} \quad (3.10)$$

フガシティー  $\xi$  を決定すれば、 $T/T_F$  を求めることができる。この式は  $T/T_F$  を求める際に重要な式となる。

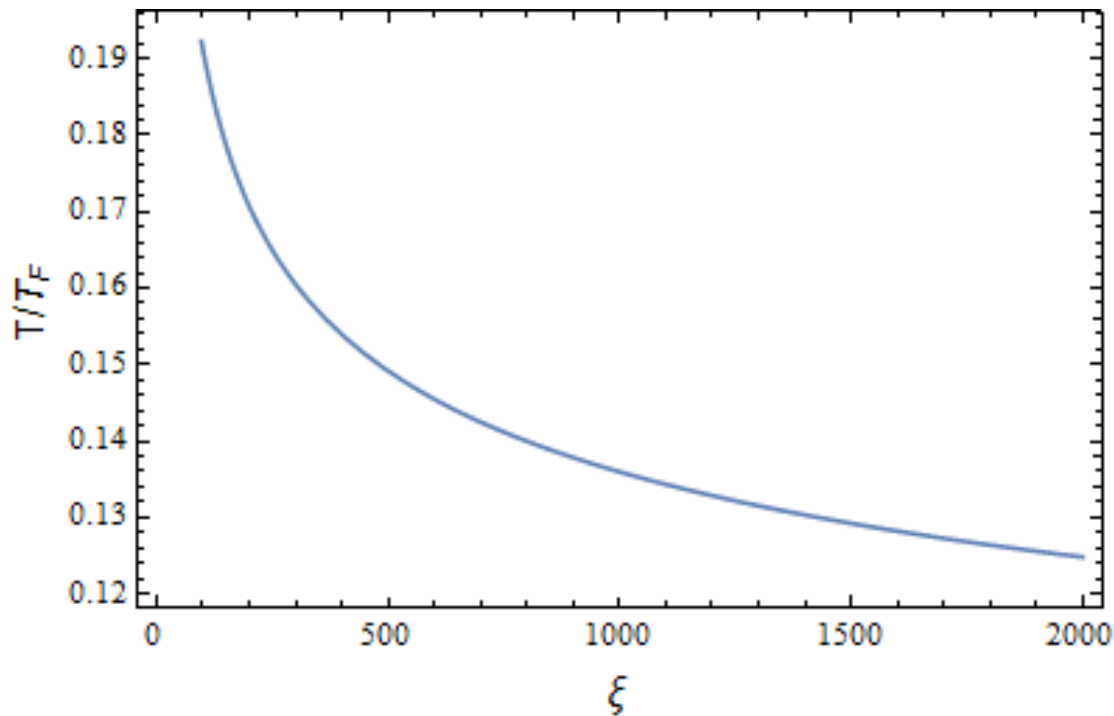


図 3.1: フガシティー  $\xi$  と  $T/T_F$  の関係

また 1 粒子あたりのエネルギー  $E = U/N$  は下式で表現できる:

$$E = 3k_B T \frac{Li_4(-\xi)}{Li_3(-\xi)} \quad (3.11)$$

$T/T_F \rightarrow 0$  では、1 粒子あたりのエネルギーは  $E/E_F = \frac{3}{4}$  に漸近する。古典的な熱力学で説明される、温度  $T$  とエネルギー  $E$  の関係とは異なり有限の値をとることから、量子統計性の性質が表れていると判断することができる。

また、量子統計性が顕著に現れる極低温下において、フェルミ原子気体の密度分布はマクスウェル・ボルツマン分布とは異なるトーマス・フェルミ分布を示す。半古典近似が成り立つ場合には、フェルミ気体の位相空間分布関数は

$$w(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{\xi e^{\frac{H(\vec{r}, \vec{p})}{k_B T}} + 1} \quad (3.12)$$

で与えられる。このときの半古典近似が成り立つ条件は、

$$n(r)\sigma^3 \gg \frac{r}{\sigma} \quad (3.13)$$

で与えられる。[7]  $r$  はトラップの中心からの距離を表しており、 $\sigma = \sqrt{\hbar/m\omega}$  を示している。低温下では、密度分布  $n(r)$  のスケールが大体  $N^{1/2}/\sigma^3$  と等しくなることから、 $r=0$  の場合、条件式は

$$N^{1/2} \gg 0 \quad (3.14)$$

と表すことができる。つまり、原子数  $N$  が十分に大きいことを確認できれば、半古典近似が十分に成り立つ範囲にあると判断することができる。実際の実験のパラメーターを用いると原子数  $N$  は  $10^4$  のオーダーを持つため、半古典近似は成り立つ。

位相空間分布から、密度分布は次の式で表現できる。

$$n(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3\vec{p} w(\vec{r}, \vec{p}) \quad (3.15)$$

$$= \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} 4\pi \int_0^\infty dp p^2 w(\vec{r}, p^2) \quad (3.16)$$

$$n(\rho) = -\frac{(k_B m T)^{3/2}}{(2\pi)^{3/2} \hbar^3} Li_{3/2} \left( -\xi e^{-\frac{m\omega_r^2}{2k_B T} \rho^2} \right) \quad (3.17)$$

$$(3.18)$$

ここで  $\rho^2 = x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2 = r^2 + \lambda^2 z^2$  である。同様に運動量分布は次式で与えられる:

$$\Pi(p) = \frac{1}{2\pi\hbar^3} \int d^3\vec{r} w(\vec{r}, \vec{p}) \quad (3.19)$$

$$= \frac{1}{(2\pi\hbar)^3 \lambda} 4\pi \int_0^\infty \rho^2 d\rho w(\vec{\rho}, p) \quad (3.20)$$

$$\Pi(p) = -\frac{1}{(2\pi)^{3/2} \hbar^3 \lambda} \left( \frac{k_B T}{m\omega_r^2} \right)^{3/2} Li_{3/2} \left( -\xi e^{-\frac{p^2}{2mk_B T}} \right) \quad (3.21)$$

$p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$  である。これらの密度分布と運動量分布は古典極限では



$$n_e(\rho) = \frac{\lambda N}{(2\pi)^{3/2} \sigma_r^3} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_r^2}} \quad (3.22)$$

$$\Pi_e(\rho) = \frac{N}{(2\pi)^{3/2} \sigma_p^3} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_p^2}} \quad (3.23)$$

となる。 $\sigma_r^2 = \frac{k_B T}{m\omega_r^2}$ 、 $\sigma_p^2 = mk_B T$ を示している。

後の章で述べるが、原子集団の分布を得るために、吸収撮像法を用いる。簡単に説明すると、トラップポテンシャルから解放され、一定時間後の拡散された原子集団を撮像し、透過光の光学濃度 (OD) から原子数や原子集団の密度分布を測定する手法である。一定時間後の拡散した密度分布の変化は次式で与えられる:

$$x_i \rightarrow x_i / \sqrt{1 + \omega_i^2 t^2} \quad (x_i = x, y, z) \quad (3.24)$$

$$n(\rho) \rightarrow \frac{n(\rho)}{(1 + \omega_r^2 t^2) \sqrt{1 + \omega_z^2 t^2}} \quad (3.25)$$

我々には実際には、撮像した画像を用いて解析を行う。2次元の密度分布に関しての光学濃度 (OD) は次式で表される:

$$OD(y, z) = -\frac{3\lambda^2}{2\sqrt{1 + \omega_r t^2} \sqrt{1 + \omega_z t^2}} \frac{m(k_B T)^2}{\pi \hbar^3 \omega_r} Li_2 \left( -\xi e^{-\frac{y^2}{2\sigma_r^2}} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}} \right) \quad (3.26)$$

$$\sigma_r^2 = \frac{k_B T}{m\omega_r^2} (1 + \omega_r^2 t^2) \quad (3.27)$$

$$\sigma_z^2 = \frac{k_B T}{m\omega_z^2} (1 + \omega_z^2 t^2) \quad (3.28)$$

$$(3.29)$$

長時間拡散 ( $(\omega t)^2 \gg 1$ ) した後では、原子集団のアスペクト比  $\frac{\sigma_z}{\sigma_y} = \frac{\omega_r}{\omega_z} \sqrt{\frac{1 + (\omega_z t)^2}{1 + (\omega_r t)^2}}$  はほぼ1になり等方的な形状になる。そのため初期の原子集団の形状はあまり重要でなく、最終的な形状が運動エネルギーを反映しており、拡散した分布は等方的な運動量分布と等しい。

## 3.2 トーマス・フェルミフィッティングとガウシアンフィッティングのずれ

フェルミ縮退領域に到達すると、原子集団は古典的なガウス分布から量子統計性を反映したトーマス・フェルミ分布へと変化していく。吸収イメージを取得すれ

ば量子縮退の様子が容易にわかるボース・アインシュタイン凝縮と比べると、フェルミ縮退は判別しにくい現象である。そこで、フェルミ縮退の評価には原子温度とフェルミ温度の比である  $T/T_F$  というパラメータが用いられる。一般には  $T/T_F$  が0.5程度になると古典的な状態との差異が見え始め、0.5からさらに低下するにしたがってその差異が明確になっていく。その様子を下図に示した。それぞれのグラフは、密度分布を動径方向に関してプロットしたものである。

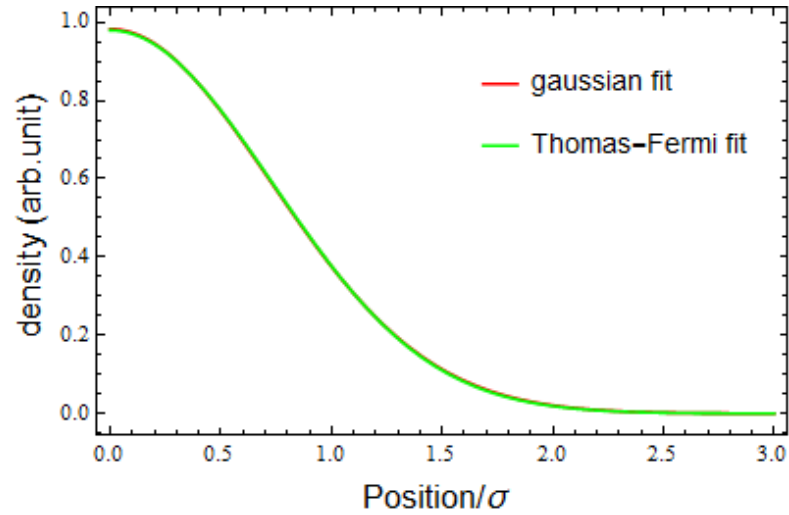


図 3.2:  $T/T_F=1.0$  における密度分布

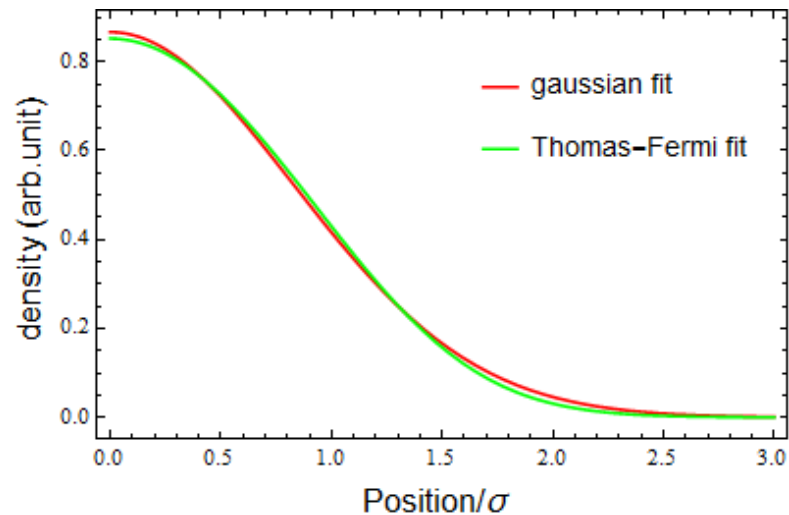
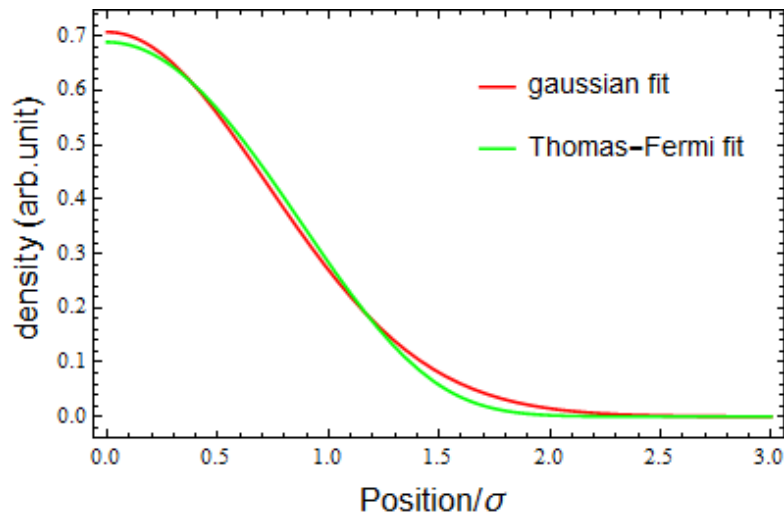
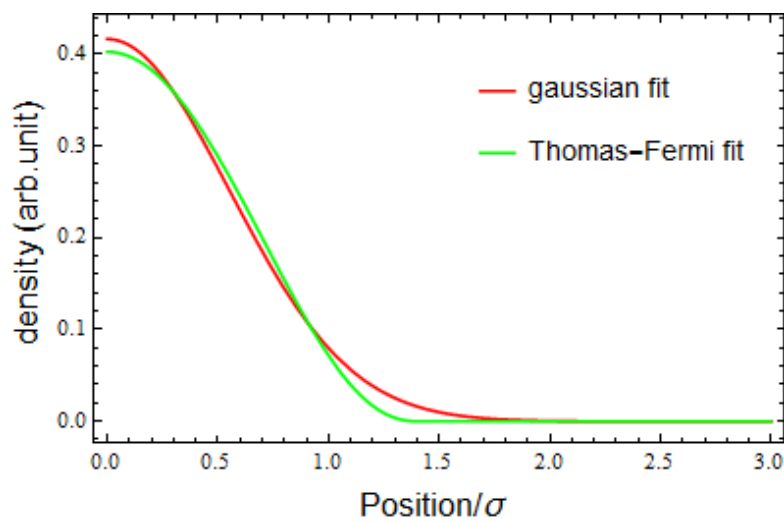


図 3.3:  $T/T_F=0.5$  における密度分布

図 3.4:  $T/T_F=0.3$  における密度分布図 3.5:  $T/T_F=0.1$  における密度分布

### 3.3 $T/T_F$ の評価方法

$T/T_F$  を測定する時に最も用いられる手法が、吸収撮像によって得られた OD に対してトーマス・フェルミ分布でフィッティングすることである。その際のフィッティングモデルの関数が

$$OD(y, z) = A \frac{Li_2 \left( -\xi e^{-\frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_{TF,y}^2}} e^{-\frac{(z-z_0)^2}{2\sigma_{TF,z}^2}} \right)}{Li_3(-\xi)} + B \quad (3.30)$$

である。このときのフィッティングパラメーターを表3.1にまとめた。

パラメーター	
$\sigma_{TF,y}$	$\sqrt{\frac{k_B T}{m\omega_y^2} (1 + (\omega_y t)^2)}$
$\sigma_{TF,z}$	$\sqrt{\frac{k_B T}{m\omega_z^2} (1 + (\omega_z t)^2)}$
$\xi$	フガシティー
A	peak OD
B	バックグラウンドのオフセット

表 3.1: TF フィッティングパラメーター

ここで得られた $\xi$ を式(3.10)に代入することで $T/T_F$ を求めることができる。また温度 $T$ とフェルミ温度 $T_F$ をそれぞれ別個に求めてから $T/T_F$ を評価することもできる。温度についてはTime of Flight法から求めることができる。この方法については第4章で後述する。フェルミ温度は式(3.5)からトラップ周波数と原子数から求めることができる。原子数およびトラップ周波数の測定方法についても第4章で後述する。

## 第4章 フェルミ縮退領域までの冷却 および温度評価

本章では、温度や原子数、トラップ周波数を実測するための手法を説明する。また冷却原子気体の生成方法や冷却手順について詳しく述べた上で、実際に実測した結果をまとめた。 $T/T_F$ の評価の方法については、吸収撮像から得た密度分布から求めた。また、別途温度  $T$  およびフェルミ温度  $T_F$  をそれぞれ求めてから  $T/T_F$  を見積もった。

### 4.1 測定手法

#### 4.1.1 吸収撮像法

共鳴光を照射し、その原子の光吸収による影を測定することで原子集団の状態を知る方法である。共鳴光が原子集団を透過してきた光を CCD カメラで測定する。この方法で得られた吸収イメージングをもとに原子数や温度といった重要な情報を評価することができる。共鳴する光を照射することで光は原子に吸収されるため、透過光強度は

$$I = I_0 e^{-OD} \quad (4.1)$$

$$OD(\mathbf{r}) = \int n(\mathbf{r}, z) \sigma_{ab} dz \quad (4.2)$$

まで減衰される。ここで  $OD(\mathbf{r})$  は原子の柱密度、 $\sigma_{ab}$  は散乱断面積である。実験では CCD カメラを用いて 3 枚の画像を取得する。原子に撮像光を照射した後の透過光を測定したもの ( $I_{shadow}$ )、撮像光の元の強度を測定したもの ( $I_{probe}$ )、撮像光を照射しない時の背景光の強度を測定したもの ( $I_{back}$ ) である。これらの結果から、

$$OD(\mathbf{r}) = -\ln\left(\frac{I_{\text{shadow}}(\mathbf{r}) - I_{\text{back}}(\mathbf{r})}{I_{\text{probe}}(\mathbf{r}) - I_{\text{back}}(\mathbf{r})}\right) \quad (4.3)$$

$$N = \int n(\mathbf{r}, z) dz d\mathbf{r} = \frac{1}{\sigma_{ab}} \int OD(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (4.4)$$

$$= \sum_{\text{pixel}(i,j)} -\frac{tS}{\sigma_{ab}} \ln\left(\frac{I_{\text{shadow}}(\mathbf{r}) - I_{\text{back}}(\mathbf{r})}{I_{\text{probe}}(\mathbf{r}) - I_{\text{back}}(\mathbf{r})}\right) \quad (4.5)$$

$$\sigma_{ab} = \frac{3m^2}{2\pi} \frac{1}{1 + 2\delta/\Gamma} \frac{1}{1 + s} \quad (4.6)$$

を計算することにより原子数  $N$  を求めることが可能である。ここで  $\text{pixel}(i, j)$  は CCD カメラの各ピクセル、 $S$  は各ピクセルの面積、 $t$  は吸収撮像系の倍率、 $m$  は撮像の倍率を表す。

#### 4.1.2 Time of flight 法

Time-of-flight 法 (TOF 法) とは原子集団を自由落下させ、一定時間後に光を照射し、その影の大きさと濃さを測定することで温度を求める方法である。トラップを瞬時に切り、原子を自由落下させてから吸収撮像法同様に 3 枚の画像を CCD カメラで撮像する。温度  $T$  の原子集団をポテンシャルから解放して経過時間  $t$  の密度分布は

$$n(x, y, z) = \frac{N}{\pi^{3/2}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{\sigma^2(T, t)}\right) \quad (4.7)$$

となる。フェルミ縮退領域にある場合の密度分布は

$$n(x, y, z) = \frac{N}{\pi^{3/2}} \frac{Li_{3/2}\left(-\xi e^{U_0/k_B T} e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{\sigma^2(T,t)}}\right)}{Li_3(-\xi e^{U_0/k_B T})} \quad (4.8)$$

で表される。 $U_0$  はポテンシャルの深さである。

$$\sigma^2(T, t) = \frac{k_B T}{m} \left(\frac{1}{\omega^2} + t^2\right) \quad (4.9)$$

は時間  $t$  の原子の拡がりであり、 $\omega$  はトラップ周波数である。TOF 時間で測定し、TOF 時間  $t$  の二乗と原子の拡がり  $\sigma(T, t)$  の二乗をプロットすることで温度を見積もることができる。

実際には得られた吸収イメージの OD を式 (3.30) をモデル関数としてフィッティングすることでパラメーター  $\sigma_{TF,y}$ ,  $\sigma_{TF,z}$  を求めることができる。得られた各時間毎の  $\sigma_{TF,y}$ ,  $\sigma_{TF,z}$  をそれぞれ

$$\sigma_{TF,y}(T, t) = \sqrt{\frac{k_B T}{m\omega_y^2} (1 + (\omega_y t)^2)} \quad (4.10)$$

$$\sigma_{TF,z}(T, t) = \sqrt{\frac{k_B T}{m\omega_z^2} (1 + (\omega_z t)^2)} \quad (4.11)$$

でフィッティングすることにより、温度  $T$  を求めることができる。

## 4.2 実験の手順

実験は真空チャンバーおよびガラスセルの内部で行う。Yb 原子がオープンから放出されてから、フェルミ縮退の評価を行うまでの機構を説明する。固体の Yb が入っているオープンから昇華した Yb 原子気体が放出する。オープンから放出した後はゼーマン減速、磁気光学トラップ (MOT) という冷却機構を用いることで原子集団を冷却する。続いて非共鳴な波長 1064nm のレーザー光を用いた光双極子トラップ (Horizontal FORT) に機構により原子をトラップし、また空気式移動台を用いて光学素子を動かすことで原子をチャンバーからガラスセルへと輸送する。ガラスセルへの輸送が完了したらもう一本の非共鳴な波長 532nm の光 (Vertical FORT 光) を角度をつけて輸送した先の原子に照射する。原子に二本の FORT 光が照射されたところで Horizontal FORT の強度を弱くすることで蒸発冷却を行う。蒸発冷却の後、Vertical FORT 光をミラーで折り返すことで定在波を作り出し、定在波の腹 (ポテンシャルのもっとも深い点) にトラップする。この状態でミラーを動かすことで原子集団を定在波ごと Vertical FORT 光の光軸方向に動かすことができ、ガラスセルに接着されている Solid Immersion Lens (SIL: 固浸レンズ) の表面近くまで輸送する。さらに非共鳴な波長 532nm のレーザー光 (Accordion 光) を原子に照射し、ガラスセルで反射させる。このとき Accordion 光の入射波と反射波の作り出す定在波に原子をトラップさせる。この段階で Accordion 光の織りなす定在波と Vertical FORT 光の二本のレーザーによって原子がトラップされているが、Accordion 光の強度を弱くし、さらに Vertical FORT 光の強度も弱くすることでさらに蒸発冷却を行う。以上の操作により原子のトラップ、冷却、輸送を行った。この位置でトラップされた原子集団の温度やトラップ周波数、原子数、フェルミ温度、 $T/T_F$  を評価した。

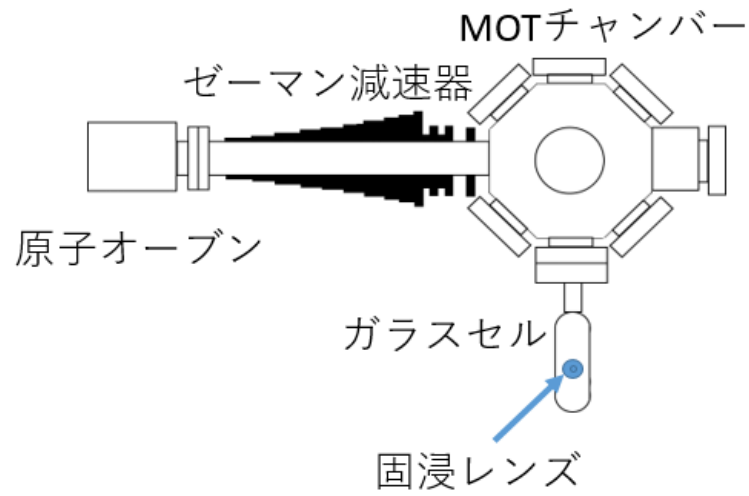


図 4.1: 実験系の図

またここで、 $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向について統一する。 $z$  方向に関しては重力加速度方向と同じである。 $x$  方向に関しては Horizontal FORT 光の光軸に平行な方向を軸にとる。残りの  $y$  方向に関しては、 $x$ 、 $z$  方向に垂直となるように定めた。

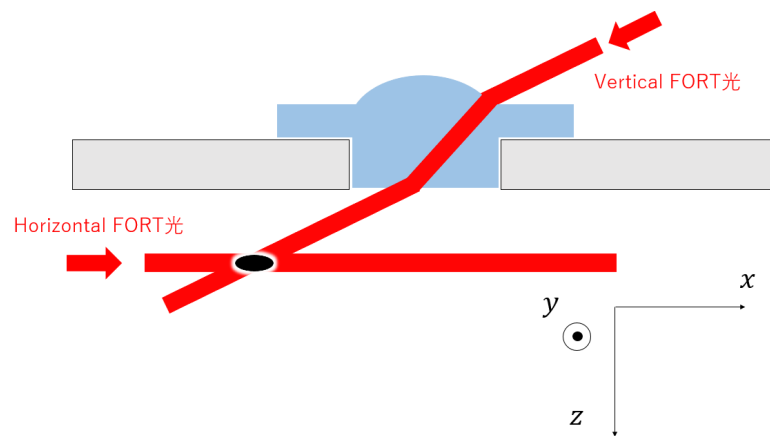


図 4.2: FORT 光によるトラップと輸送 (1)



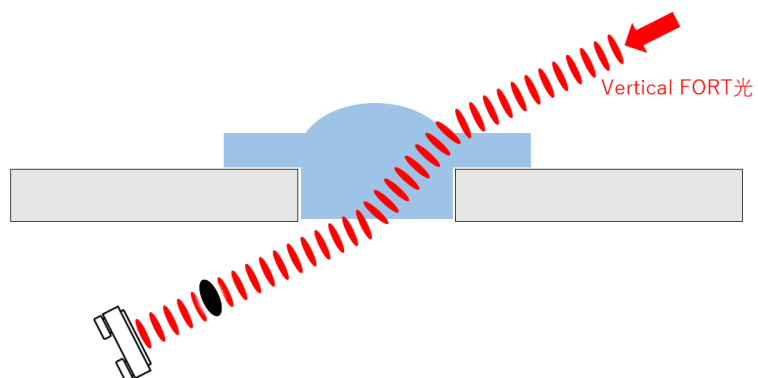


図 4.3: FORT 光によるトラップと輸送 (2)

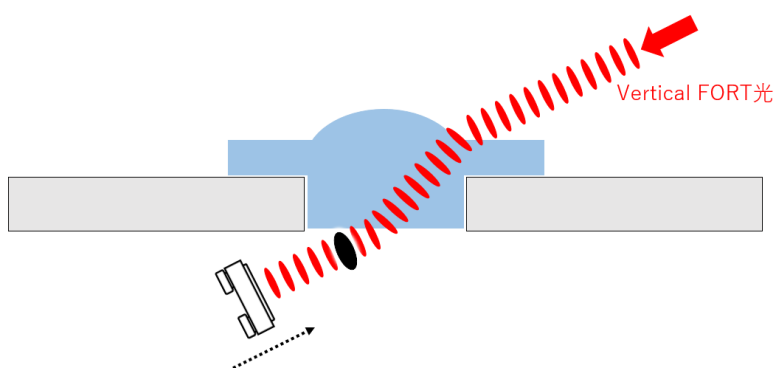


図 4.4: FORT 光によるトラップと輸送 (3)

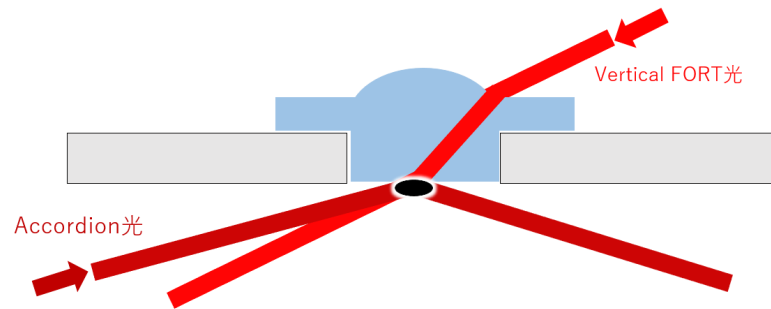


図 4.5: FORT 光によるトラップと輸送 (4)

## 4.3 実験データ

### 4.3.1 磁気光学トラップ中の原子数および温度

磁気光学トラップしている段階での温度や原子数について定量的に評価した。温度を評価する際には得られた OD に対してガウシアンフィッティングすることで温度  $T$  を見積もった。下図は各 TOF 時間ごとの原子の拡がりおよびフィッティング曲線をプロットしたものである。

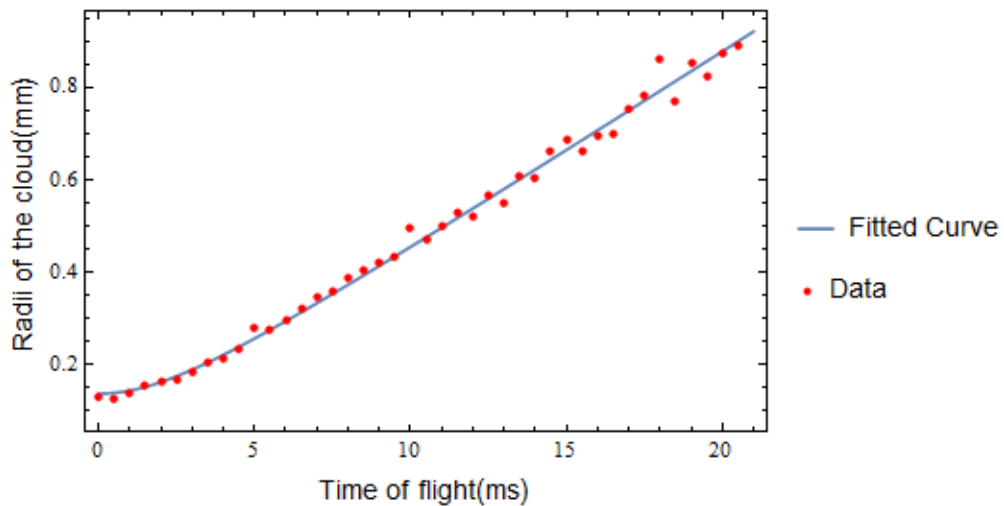


図 4.6: 各 TOF 時間における原子集団の拡がりとフィッティング曲線

もとめた温度  $T$  と原子数  $N$  (全スピン成分) の結果を以下に示す：

$$T = (39 \pm 1) \mu\text{K} \quad (4.12)$$

$$N = (1.9 \pm 0.1) \times 10^7 \quad (4.13)$$

### 4.3.2 Horizontal FORT 中の原子数および温度

Horizontal FORT 光にトラップしている状態では原子集団は光軸方向に細長く伸びているため、水平方向の原子の拡がりを測定することは難しい。今回は、鉛直方向に対する原子集団の拡がりをガウシアンフィッティングで求め、温度および原子数を評価した。この状態での温度  $T$  と原子数  $N$  は以下のようにになった。

$$T = (16 \pm 1) \mu\text{K} \quad (4.14)$$

$$N = (9.6 \pm 0.2) \times 10^6 \quad (4.15)$$

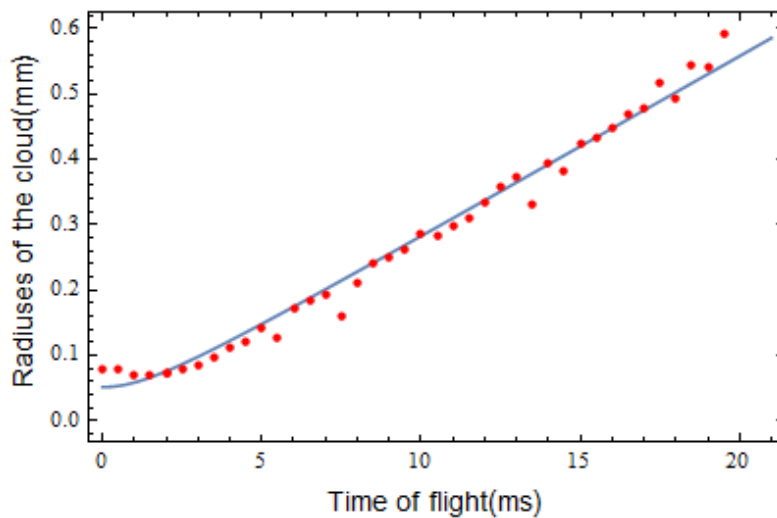


図 4.7: Horizontal FORT 光にトラップされた原子集団の拡がりおよびフィッティング曲線

### 4.3.3 $T/T_F$ の評価 (密度分布)

第 3 章で説明したように吸収撮像によって得られた OD を用いて  $T/T_F$  を求める。トラップポテンシャルの形状の影響で原子集団は非等方的に分布している。ト

ラップを瞬間的に切った後、一定時間経過後の等方的な形状で吸収撮像を行った。原子集団の形状が等方的になる条件が

$$(\omega t)^2 \gg 1 \quad (4.16)$$

である。、トラップポテンシャルの形状から理論的に求めたトラップ周波数は  $\omega_x = 390$ 、 $\omega_y = 980$ 、 $\omega_z = 2500$  である。三方向のトラップ周波数の積の三乗根をとった平均トラップ周波数  $\bar{\omega} = 980$  を用いて考えれば TOF 時間 8ms あれば十分上の式は満たされる。8ms 経過した後の画像を 10 枚とり、積算した画像から密度分布を測定した。フガシティー  $\xi$  をもとめ、 $T/T_F$  を評価したところ、以下のような結果になった:

$$\xi = 52 \pm 8 \quad (4.17)$$

$$T/T_F = 0.21 \pm 0.01 \quad (4.18)$$

図 4.8 を見てもほぼ等方的な形状をしていることがわかる。また、図 4.9 を見るとガウシアンフィッティングした時の分布とトーマス・フェルミフィッティングした時の分布とでずれが生じていることがわかる。これらの結果から、原子集団はフェルミ縮退領域にあることを確認することができた。

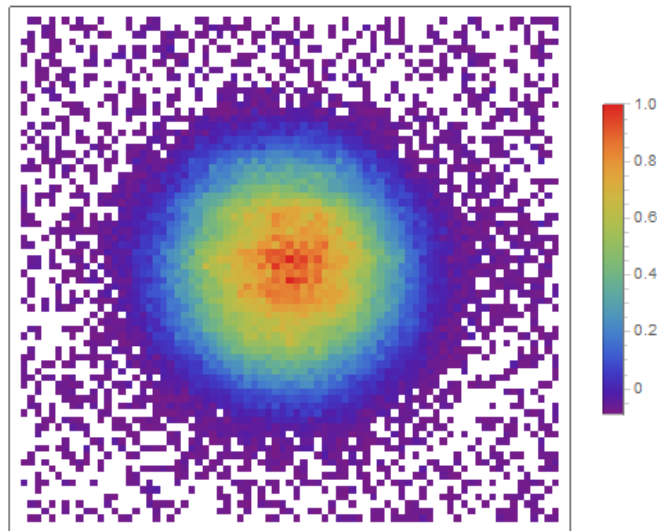


図 4.8: TOF 時間 8ms における原子集団の密度分布

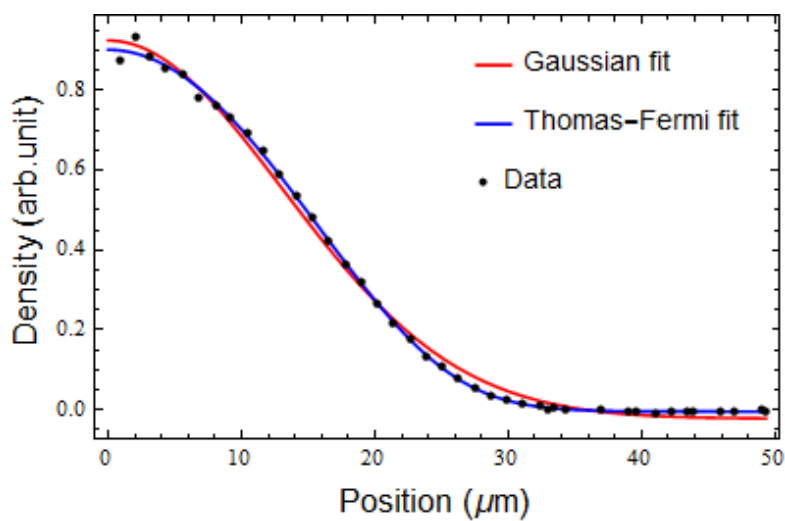


図 4.9: 角度方向に積算した場合のデータおよびフィッティング曲線

#### 4.3.4 $T/T_F$ の評価 (温度およびフェルミ温度の実測)

##### 温度

Accordion 光と Vertical FORT 光を両方瞬時的に切り、TOF 時間ごとの原子の拡がりから温度  $T$  を見積もる。測定した密度分布から原子は十分フェルミ縮退領域にあることが確認できたので、マクスウェル-ボルツマン分布を仮定してガウシアンフィッティングするのは適切ではない。今回は各 TOF 時間ごとに得られた二次元イメージをトーマス・フェルミ分布でフィッティングを行い、温度  $T=22\pm 1\text{nK}$  と見積もることができた。

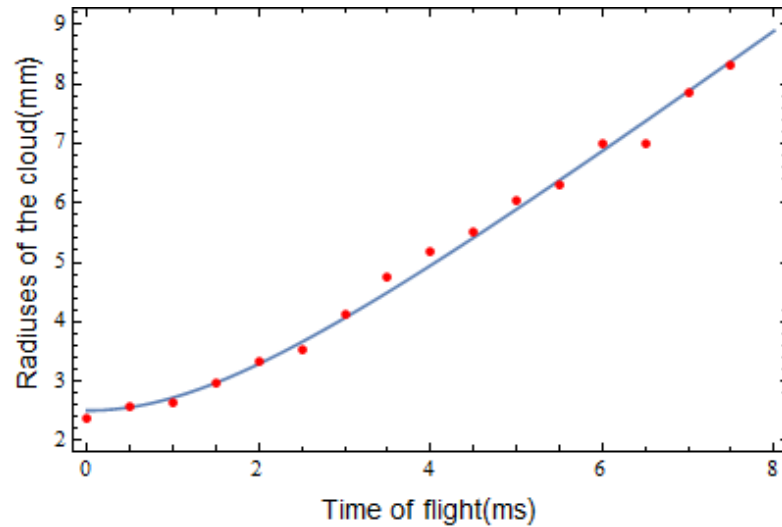


図 4.10: 各 TOF 時間における原子集団の拡がりとフィッティング

### フェルミ温度

フェルミ温度を求める際に原子数およびトラップ周波数が必要になってくる。トラップ周波数については求めたい周波数の方向に振動を誘起する。その振動の様子を撮像し、原子集団の重心の位置の振動からトラップ周波数を推定した。 $y$  方向のトラップ周波数についての測定方法を説明する。まず Vertical FORT 光を打ち返すミラーに備え付けられている piezo 素子に電圧を印可することで、Vertical FORT 光を  $y$  方向に動かすことができる。原子が元のトラップ位置から離れた状態で、Vertical FORT 光を瞬時に切る。光を切った後には、piezo 素子に元の電圧を印可することで、Vertical FORT 光の位置を戻す。そしてまた、Vertical FORT 光をつけることで、原子は元の光トラップの閉じ込めの中心に戻ろうと振動を始める。その時の hold 時間と原子の位置を測定することで、 $y$  方向に対するトラップ周波数を求めた。その際に、トラップからこぼれた原子を吸収撮像することを防ぐために、Vertical FORT 光をつけてから、20ms 経過後の原子の様子を撮像した。

$$\omega_y/2\pi = 92 \pm 1 \text{ Hz} \quad (4.19)$$

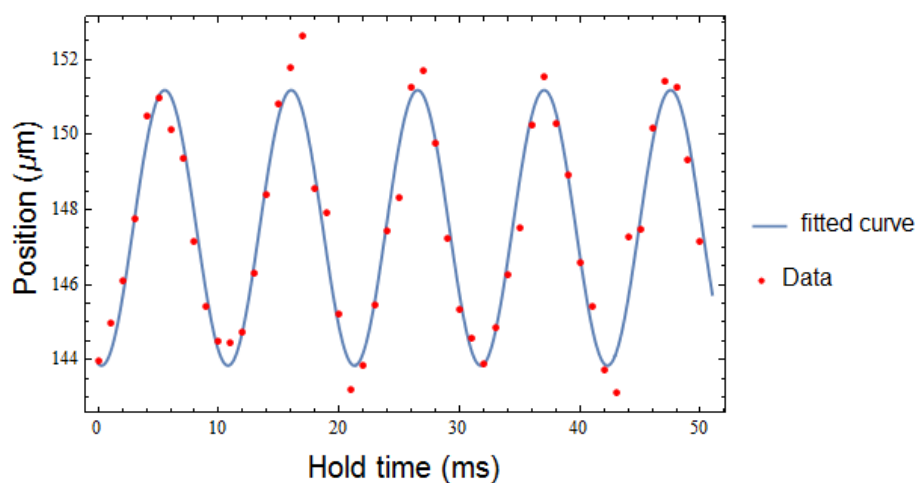


図 4.11: 各 hold 時間に対する原子の  $y$  方向の位置

Accordion 光中の原子集団は  $z$  方向 (重力方向) に対して強く拘束されている。この Accordion 光を瞬時に切ることによって、原子集団は  $z$  方向に落下する。0.05ms 後にまた光を入れなおすことで、トラップの中心から離れた原子は Accordion 光のポテンシャルの中で振動を始める。hold 時間  $t$ ms 経過した後に、Vertical FORT 光および Accordion 光を切り、8ms 後の原子の位置を測定した。この操作を hold 時間を変えながら測定した。このときのトラップ周波数は以下のものであった。

$$\omega_z/2\pi = (1.9 \pm 0.1) \times 10^2 \text{ Hz} \quad (4.20)$$

また、振動の様子を図 (4.12) に表した。

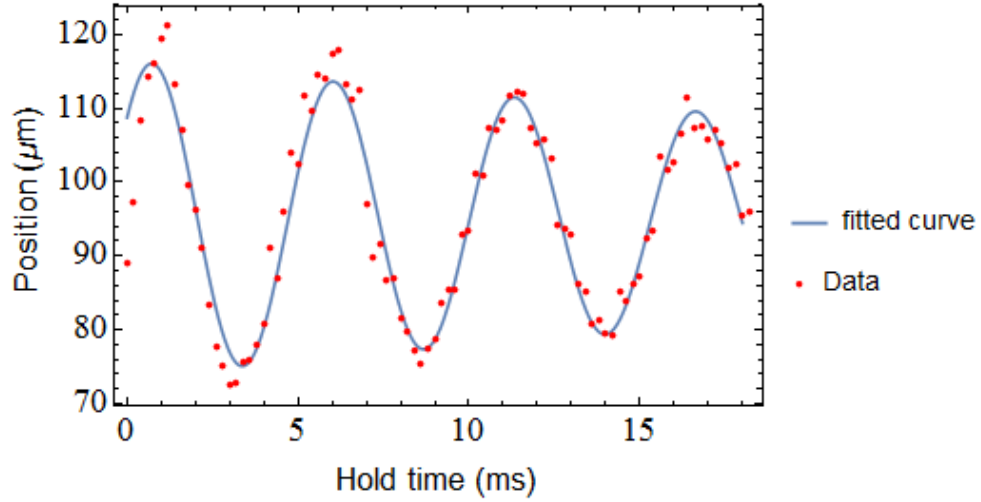


図 4.12: 各 hold 時間に対する原子の  $z$  方向の位置

$z$  方向の振動を見るとともに、減衰振動が起きていることがわかる。これはトラップポテンシャルの非調和性によるものである。

$x$  方向に関しては、実験系の都合上、 $x$  方向に振動を誘起することが困難であるため、アスペクト比から周波数を求めた。調和ポテンシャル中のフェルミオンについて考える。フェルミエネルギー  $E_F$  は粒子集団の大きさと次のような関係にある。[8]

$$E_F = \frac{1}{2} m \omega_i^2 R_i^2 \quad (i = x, y, z) \quad (4.21)$$

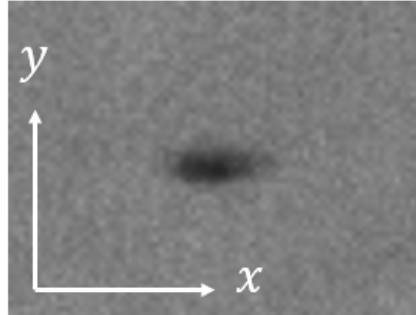
$R_i$  はトーマス・フェルミ半径と呼ばれ次のように書ける。

$$R_i = \sqrt{\frac{2E_F}{m\omega_i^2}} \quad (4.22)$$

この式から、原子集団の形状の一方向の大きさは、トラップ周波数に反比例することがわかる。そこで、 $xy$  平面におけるイメージングから  $x, y$  方向の大きさを見積もり、その逆数の比と  $y$  方向のトラップ周波数を用いて  $x$  方向のトラップ周波数を求めたところ、次のような値をとった。

$$\omega_x = 43 \pm 2 \text{ Hz} \quad (4.23)$$



図 4.13:  $xy$  平面における吸収イメージング

原子数については吸収撮像法によって1スピン成分あたり  $N = (4.1 \pm 0.2) \times 10^3$  と求められた。原子数については各スピン成分ごとに見積もる必要があるが、スピン成分の分布に関する情報を得ることができていない。そこで、全原子数は6スピン成分に等しく分布していると仮定して、1スピン成分あたりの原子数を見積もった。

実際にフェルミ温度  $T_F$  を求めてみると、

$$T_F = 125 \pm 4 \text{ nK} \quad (4.24)$$

であった。別個に求めた温度  $T$  を用いて  $T/T_F$  を評価すると、

$$T/T_F = 0.18 \pm 0.01 \quad (4.25)$$



## 第5章 まとめ

本研究で得た成果を以下にまとめる。

- $^{173}\text{Yb}$  原子を蒸発冷却し、フェルミ縮退領域まで冷却することができた。
- 密度分布から推定したところ  $T/T_F = 0.21 \pm 0.01$  であった。温度とフェルミ温度を求めてから評価すると  $T/T_F = 0.18 \pm 0.01$  であった。

両者の方法から求めた値をくらべてみると、誤差の範囲で一致していない。この理由の一つとして、レンズのピントのズレにより、密度分布から得られた値は実際より高く見積もっていると考えられる。

今後の展望として、実際に生成した原子気体を光格子中に導入し、Mott 絶縁体相を観測できるかどうかを確認していきたい。そのために、Mott 絶縁体相を実現するには、どれくらいの  $T/T_F$  を下げる必要があるかを議論する必要がある。調和ポテンシャル中にトラップされたフェルミ原子気体の1粒子あたりのエントロピーは

$$s \sim k_B \pi^2 T/T_F \quad (5.1)$$

で与えられる [9]。原子気体を光格子に導入し、各サイトを1つの原子が占有する Mott 絶縁体相が発現したとする。このときの光格子中の原子の微視的状态数は、核スピン  $I = 5/2$  であることから6通りである。すると系全体の状态数は  $W = 6^N$  となり1粒子あたりのエントロピーは

$$s \sim k_B \ln 6 \quad (5.2)$$

であることがわかる。元のトラップポテンシャルから、断熱的に原子を光格子にロードすることができれば、1粒子あたりのエントロピーは保存されるため、

$$k_B \pi^2 T/T_F \sim k_B \ln 6 \quad (5.3)$$

が成り立つ。このときの調和ポテンシャル中での  $T/T_F$  は

$$T/T_F \sim 0.18 \quad (5.4)$$

となることが分かる [10]。つまり、 $^{173}\text{Yb}$  の場合、 $T/T_F \sim 0.2$  が達成できれば、Mott 絶縁体相が観測できる可能性が高い。本研究で求めた値を考慮すれば Mott 絶縁体相が発現する条件を満たしていると言えるであろう。今後、生成した原子気体を光格子中に導入し、Mott 絶縁体相を観測できるかどうかを確認していきたい。

## 付録 A 光学系

### A.1 ゼーマン減速

波長 398.8nm のゼーマン減速用レーザー光の光学系について説明する。レーザー出射は Verdi (波長 796nm) である。 $^{174}\text{Yb}$  を対象とした光学系がすでに組み込まれている状態で AOM を新たに組み込むことで周波数を 588MHz 分調整した。実際に組んだ光学系を図に示した。147MHz の RF 周波数を印可した AOM を通過することで 2 本の回折光が生じる。 $^{174}\text{Yb}$  の実験を行う際には、周波数が変化していない 0 次光を使用し、 $^{173}\text{Yb}$  の実験を行う際には、周波数が 147MHz 分小さくなった 1 次光を使用する。どちらかの実験を行う際にはもう一方のレーザー光を遮ることで容易に切り替えることができる。回折したそれぞれの光はミラーに反射し、元の光路に辿りもう一度 AOM を通過する。この際、0 次はそのまま通過し、1 次光はまた 147MHz 分大きくなるため、計 294MHz 分小さくなる。このまま、0 次光と 1 次光はともに ULE 共振器へ行き出射したレーザーの周波数の安定化用に用いられる。

我々の研究室では ULE ガラスで作られたフェブリペロー共振器を絶対周波数の基準として用いている。ULE 共振器の反射信号を用いてロックすることで光源のレーザーの周波数を安定化させている。294MHz 分変調した光を安定化させるために光源のレーザー出射は周波数を 294MHz 分大きくなるように変調する仕組みになっている。さらに非線形結晶である PPKTP 結晶が組み込まれた共振器を用いた二次高調波発生によりレーザーの波長が半分 (周波数は二倍) される。結果として、1 次光の周波数は 0 次の周波数より 588MHz 分大きくなる。

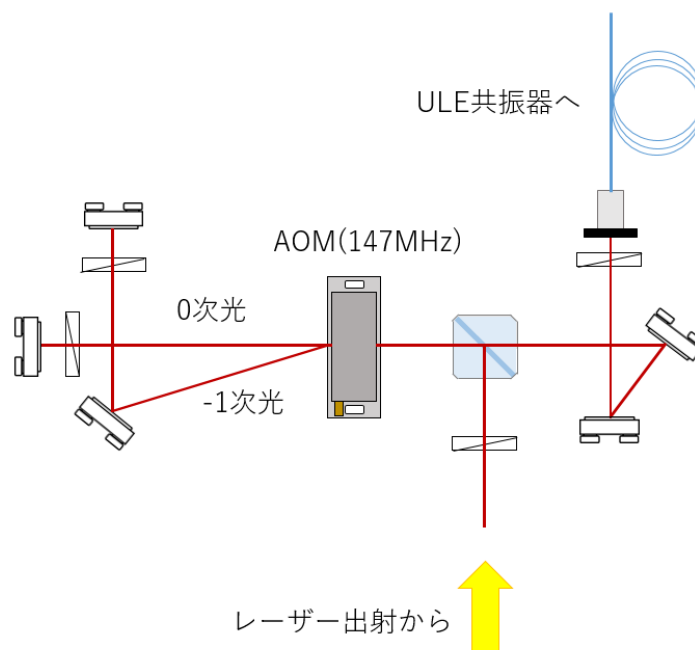


図 A.1: ゼーマン減速用の光学系

## A.2 磁気光学トラップ

波長 555.8nm の磁気光学トラップ用レーザー光の光学系について説明する。レーザー出射はファイバーレーザー (波長 1112nm) である。 $^{173}\text{Yb}$  を対象とした光学系にさらに新しく AOM を新たに組み込み、ULE 共振器のロックポイントを変えることでレーザー出射の周波数を 2388MHz 小さくすることに成功した。ゼーマン減速光の光学系同様に、AOM によって生じた回折光の 0 次光を  $^{174}\text{Yb}$  実験、1 次光を  $^{173}\text{Yb}$  実験に使用する。AOM に印可されている RF 波の周波数は 153MHz であるので、1 次光はもとの周波数より 153MHz 分大きくなる。0、1 次光はそれぞれミラーに打ち返されもう一度 AOM を通過していく。この際、0 次の周波数は変わらず、1 次光に関してはさらに 153MHz 分大きくなる。この状態で、両方の光は ULE 共振器へ向かいレーザー出射の周波数を安定化する。この際に、1.5GHz 分ずらしたロックポイントを利用することで、レーザー出射の周波数は  $1500 - 153 \times 2 = 1194\text{MHz}$  小さくなるように調整する。さらに第二次高調波発生によりレーザーの周波数が 2 倍されるので、最終的に 2388MHz 分小さくすることに成功した。

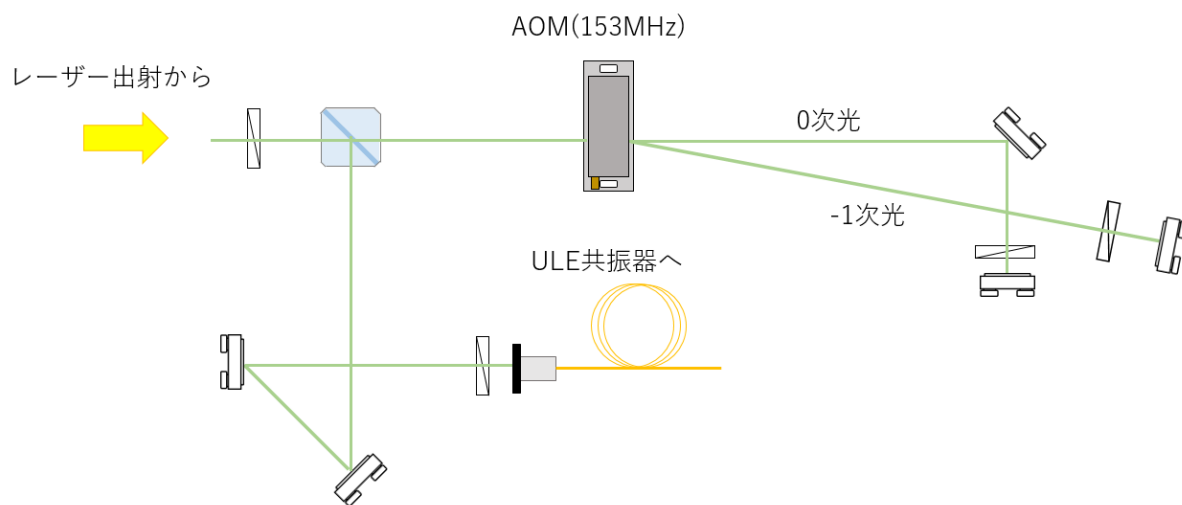


図 A.2: 磁気光学トラップ用の光学系





## 関連図書

- [1] AM Rey, R Sensarma, S Fölling, M Greiner, E Demler, and MD Lukin. Controlled preparation and detection of d-wave superfluidity in two-dimensional optical superlattices. *EPL (Europhysics Letters)*, Vol. 87, No. 6, p. 60001, 2009.
- [2] Anton Mazurenko, Christie S Chiu, Geoffrey Ji, Maxwell F Parsons, Márton Kanász-Nagy, Richard Schmidt, Fabian Grusdt, Eugene Demler, Daniel Greif, and Markus Greiner. Experimental realization of a long-range antiferromagnet in the hubbard model with ultracold atoms. *arXiv preprint arXiv:1612.08436*, 2016.
- [3] DC McKay and B DeMarco. Cooling in strongly correlated optical lattices: prospects and challenges. *Reports on Progress in Physics*, Vol. 74, No. 5, p. 054401, 2011.
- [4] Dipankar Das, Sachin Barthwal, Ayan Banerjee, and Vasant Natarajan. Absolute frequency measurements in yb with 0.08 ppb uncertainty: Isotope shifts and hyperfine structure in the  $399\text{-nm } s\ 0\ 1 \rightarrow p\ 1\ 1$  line. *Physical Review A*, Vol. 72, No. 3, p. 032506, 2005.
- [5] Kanhaiya Pandey, Alok K Singh, PV Kiran Kumar, MV Suryanarayana, and Vasant Natarajan. Isotope shifts and hyperfine structure in the  $555.8\text{-nm } s\ 1\ 0 \rightarrow p\ 3\ 1$  line of yb. *Physical Review A*, Vol. 80, No. 2, p. 022518, 2009.
- [6] Brian DeMarco. *Quantum behavior of an atomic Fermi gas*. PhD thesis, University of Colorado, 2001.
- [7] DA Butts and DS Rokhsar. Trapped fermi gases. *Physical Review A*, Vol. 55, No. 6, p. 4346, 1997.
- [8] Stefano Giorgini, Lev P Pitaevskii, and Sandro Stringari. Theory of ultracold atomic fermi gases. *Reviews of Modern Physics*, Vol. 80, No. 4, p. 1215, 2008.

- [9] Lincoln D Carr, Gora V Shlyapnikov, and Yvan Castin. Achieving a bcs transition in an atomic fermi gas. *Physical review letters*, Vol. 92, No. 15, p. 150404, 2004.
- [10] Shintaro Taie, Rekishu Yamazaki, Seiji Sugawa, and Yoshiro Takahashi. An  $su(6)$  mott insulator of an atomic fermi gas realized by large-spin pomeranchuk cooling. *Nature Physics*, Vol. 8, No. 11, pp. 825–830, 2012.
- [11] Shintaro Taie, Yosuke Takasu, Seiji Sugawa, Rekishu Yamazaki, Takuya Tsujimoto, Ryo Murakami, and Yoshiro Takahashi. Realization of a  $su(2) \times su(6)$  system of fermions in a cold atomic gas. *Physical review letters*, Vol. 105, No. 19, p. 190401, 2010.
- [12] Lorenzo De Leo, Corinna Kollath, Antoine Georges, Michel Ferrero, and Olivier Parcollet. Trapping and cooling fermionic atoms into mott and néel states. *Physical review letters*, Vol. 101, No. 21, p. 210403, 2008.
- [13] Takeshi Fukuhara, Yosuke Takasu, Mitsutaka Kumakura, and Yoshiro Takahashi. Degenerate fermi gases of ytterbium. *Physical Review Letters*, Vol. 98, No. 3, p. 030401, 2007.
- [14] Walter Hofstetter, J Ignacio Cirac, Peter Zoller, Eugene Demler, and MD Lukin. High-temperature superfluidity of fermionic atoms in optical lattices. *Physical review letters*, Vol. 89, No. 22, p. 220407, 2002.
- [15] Martin Boll, Timon A Hilker, Guillaume Salomon, Ahmed Omran, Jacopo Nespolo, Lode Pollet, Immanuel Bloch, and Christian Gross. Spin-and density-resolved microscopy of antiferromagnetic correlations in fermi-hubbard chains. *Science*, Vol. 353, No. 6305, pp. 1257–1260, 2016.

## 謝辞

研究の遂行にあたり、多くの方のご指導、ご協力をいただきました。この場を借りて謝辞を述べさせていただきます。

指導教員である上妻幹旺教授には、一年間に渡って多くのご指導をいただきました。私の研究の進捗状況を定期的に確認していただき、問題点や私の理解が不足していた点をご指摘いただきました。上妻教授のこのような熱心な指導によって、自分の研究を進めることができました。ありがとうございました。

井上遼太郎助教授には、光学系の実験指導や測定手法について多くの助言をいただきました。フェルミ原子気体の量子統計性の理論について議論、説明をしていただき、正しい理解のもとで研究を行うことができました。

ミランダ・マルティンさんには、レーザー光の強度や角度など、トラップ周波数を計算する上で、重要なデータをたくさんいただきました。私が実験の一連の手順の中で、間違った理解をしていた時にもご指摘いただき、とても助かりました。

修士2年の反保尚基さんには、実験系の光学素子の説明から、実験装置の扱い方など幅広く教えていただきました。いつも熱心に実験に取り組んでいる姿がとても印象的でした。春からは会えなくなると思うと寂しいですが、お身体に気を付けて頑張ってください。

修士2年の宮澤裕貴さんとは、一緒になって実験をする機会はありませんでしたが、実験を熱心に行い、素朴な疑問から物理を追究していく姿には、感銘を受けました。研究以外でもテニスのお話をしてくださり、良い息抜きになりました。

修士1年の小方拓也さんとは、一緒に実験することはありませんでしたが、コンピュータやスマートフォンなどの話をしたときに、その知識の深さに驚くと同時に、楽しく会話をさせてもらいました。

修士1年の井口賢人さんには、本研究を進めていく上で一番お世話になりました。疑問点がある時や理解が足りない時には、何度も井口さんに質問し、そのたびに丁寧に説明をしてもらいました。また、夜遅くまで実験をしている時にも嫌な顔をせずに付き合ってくれてました。ありがとうございました。

同期の多賀俊祐君とは、研究室に所属したばかりの時から、講義のことやコロキウムなど学部生活のあらゆる点で相談させてもらいました。研究室の生活に不安を覚えることばかりでしたが、親身になって話してくれたおかげで1年間無事に過ごすことができました。

最後に1年間の研究生活で、経済的にも精神的にも支えてくれた家族に感謝します。

本研究は、皆様のおかげで成り立っております。ご指導・ご支援いただいた皆様、ここに書ききれなかった皆様に、心より感謝申し上げます。